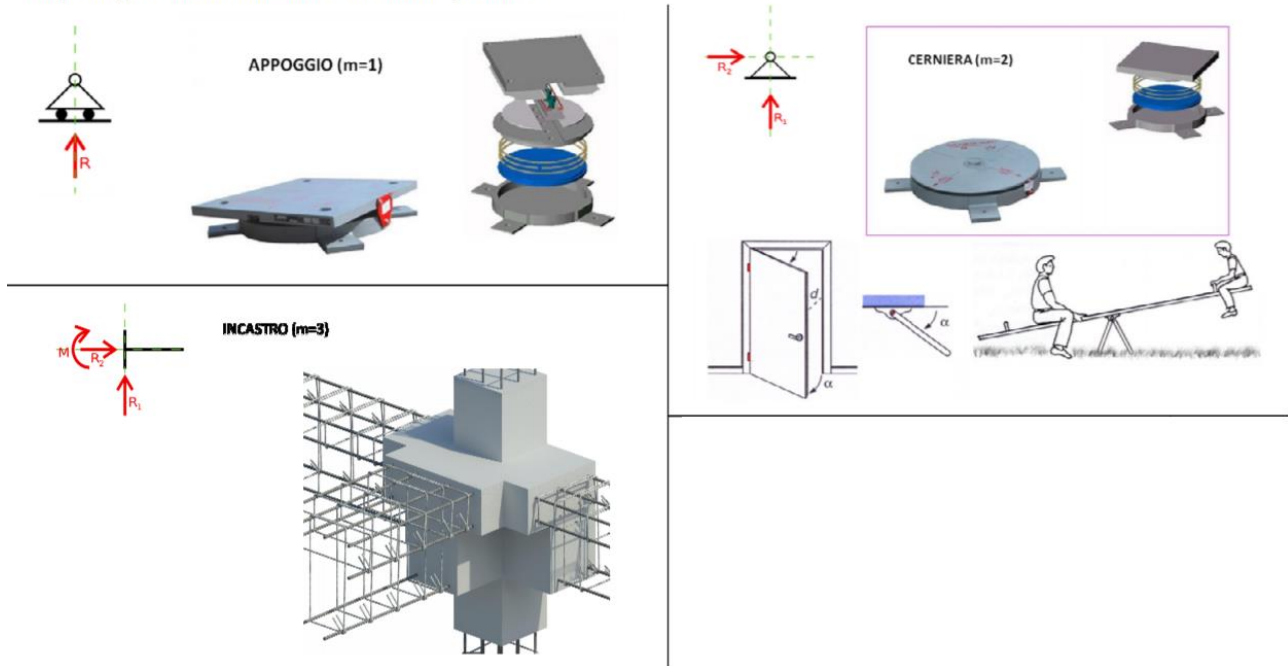


VINCOLI E REAZIONI VINCOLARI – ESERCIZI SVOLTI

# Vincoli

Un vincolo è qualsiasi condizione che limita il moto di un corpo. L'azione dei vincoli si esplica attraverso un insieme di forze dette **REAZIONI VINCOLARI**. La *reazione vincolare* è la forza esercitata dal vincolo sul corpo per impedirgli il movimento nelle direzioni "proibite".



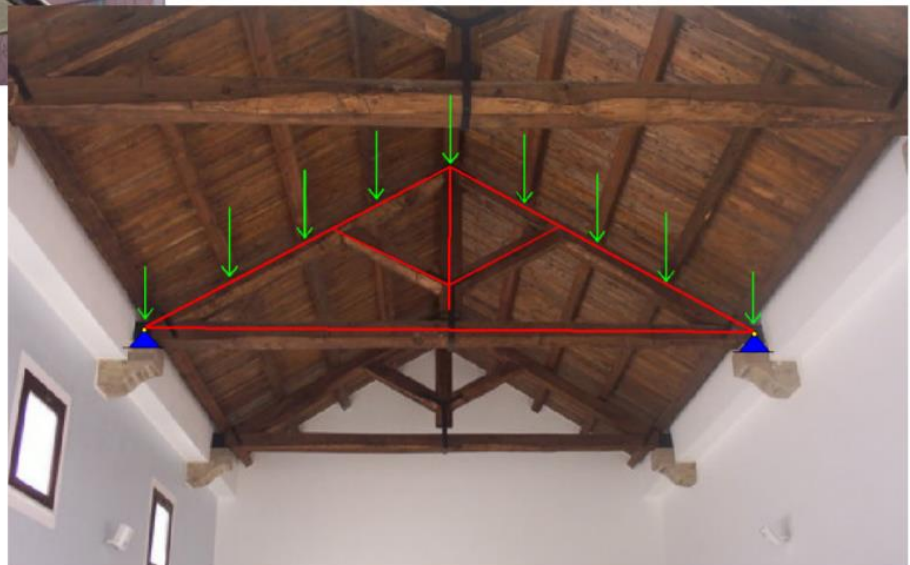
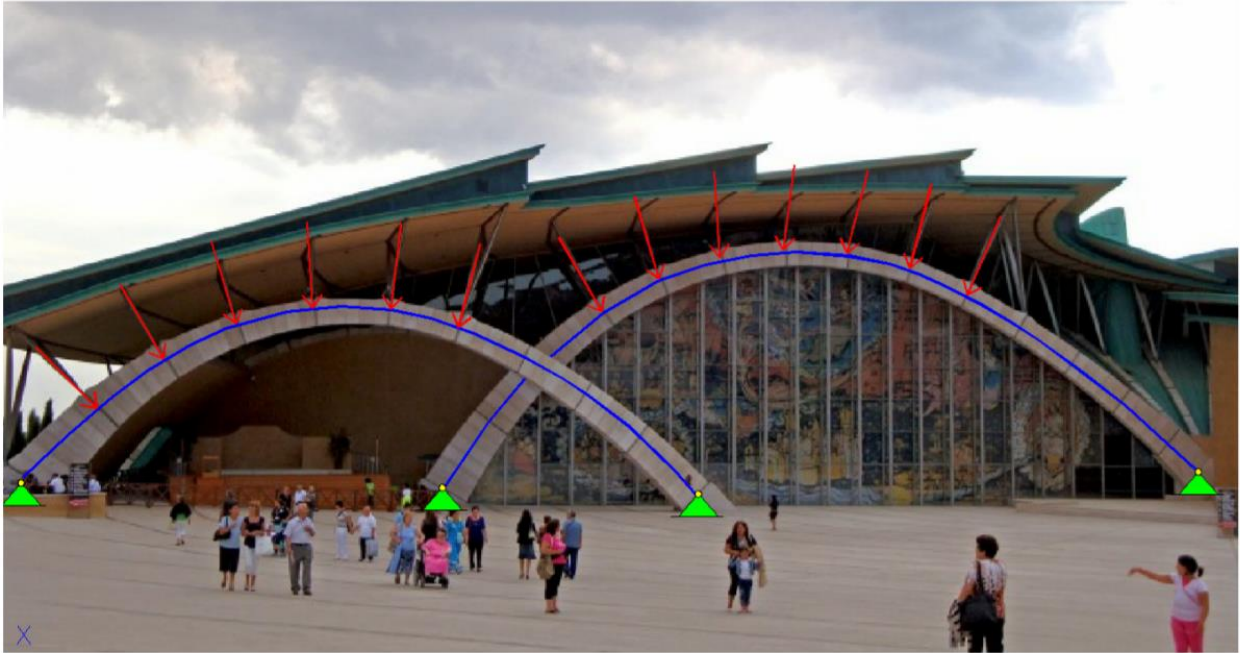
## Realtà e schema statico

Il primo passo che facciamo per studiare qualunque tipo di struttura reale è crearne una *equivalente*, cioè in grado di cogliere in maniera più o meno precisa il comportamento della struttura reale, ma estremamente **semplificata**. Passiamo, cioè dalla struttura reale al suo **schema statico**. Trascuriamo volutamente aspetti secondari e non rilevanti facendo delle ipotesi sia sulla configurazione geometrica della struttura, sui materiali di cui è costituita è sulle modalità con cui essa è vincolata esternamente e/o internamente. Lo schema statico più semplice è la **TRAVE**, in cui prendiamo in considerazione, dal punto di vista geometrico, solo la lunghezza, che è la dimensione prevalente. studiandola come una linea vincolata e caricata in modo da simulare il problema reale.



### VINCOLI E REAZIONI VINCOLARI – ESERCIZI SVOLTI

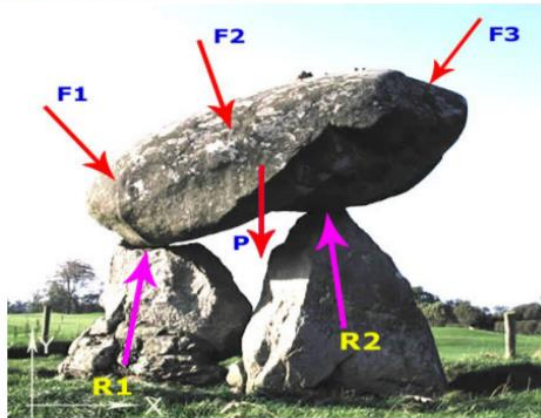
L'**ARCO** è un elemento strutturale curvilineo costituito, generalmente da conci, cioè pietre tagliate, o da laterizio, i cui giunti sono disposti in maniera radiale. I conci sono tenuti insieme grazie alle spinte laterali che si scambiano reciprocamente.



# Condizioni di equilibrio

Una struttura in un'assegnata configurazione geometrica è in equilibrio se tale equilibrio sussiste per ognuna delle parti in cui la struttura può essere decomposta. Il problema dell'equilibrio statico di una struttura può essere pertanto ricondotto al problema dell'equilibrio statico di tutte le sue parti. In tali relazioni di equilibrio intervengono non solo le forze (e le coppie) esterne applicate, ma anche le azioni (le sollecitazioni interne) che le varie parti si scambiano reciprocamente. Ai fini della valutazione dell'equilibrio, le varie parti della struttura possono essere considerati come **corpi rigidi**.

## Equazioni cardinali della statica



$$\sum F_x = 0$$

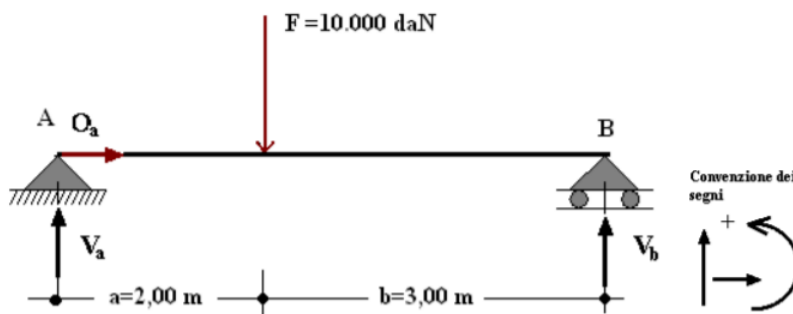
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

Per un sistema composto da un numero generico  $c$  di parti, dovendo le equazioni della statica valere per ognuna delle sue parti, il loro numero complessivo è  $6xc$  nel caso tridimensionale e  $3xc$  nel caso piano.

# Calcolo delle reazioni vincolari

## Trave appoggiata con forza concentrata

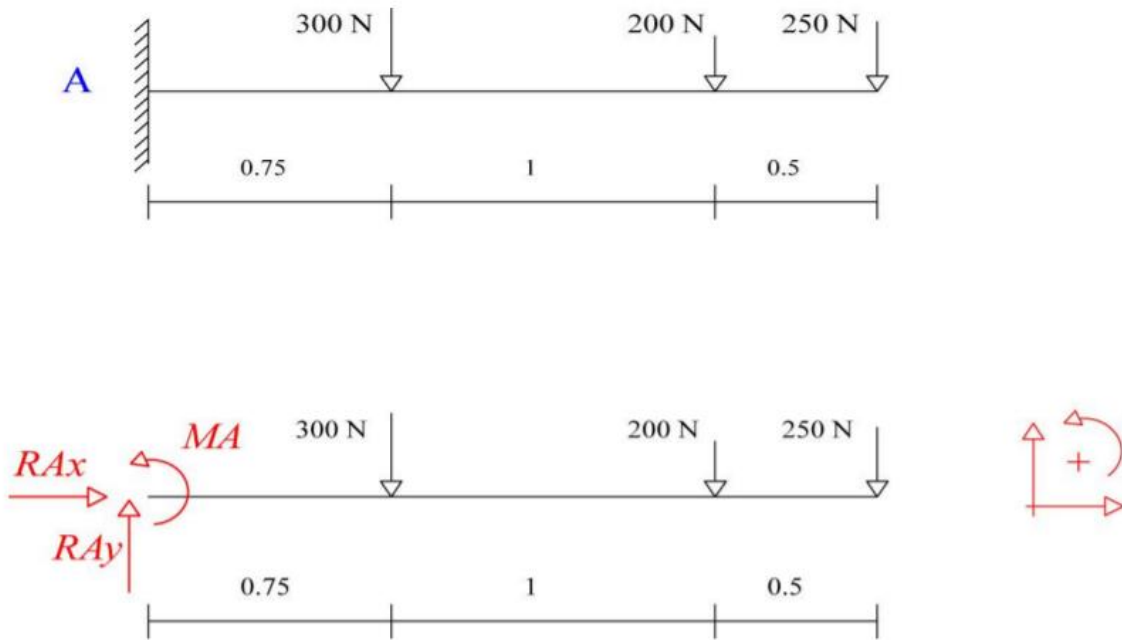


$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a - F + V_b = 0 \\ -F \cdot a + V_b \cdot (a+b) = 0 \end{cases}$	<p><i>equilibrio alla traslazione orizzontale</i>  <i>equilibrio alla traslazione verticale</i>  <i>equilibrio alla rotazione</i></p>	$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a - 10.000 + V_b = 0 \\ -10.000 \cdot 2 + V_b \cdot (2+3) = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b = 10.000 \\ -20.000 + 5 \cdot V_b = 0 \end{cases}$
--	---	--	--

$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b = 10.000 \\ 5 \cdot V_b = 20.000 \end{cases}$	$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a = 10.000 - V_b \\ V_b = \frac{20.000}{5} = 4.000 \text{ daN} \end{cases}$	$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a = 10.000 - 4.000 = 6.000 \text{ daN} \\ V_b = 4.000 \text{ daN} \end{cases}$
---	---	--

## VINCOLI E REAZIONI VINCOLARI – ESERCIZI SVOLTI

## Esercizio 1



Calcolare le reazioni vincolari della struttura isostatica riportata in figura.

Prima di procedere al calcolo della reazioni vincolari è conveniente disegnare, partendo dallo schema grafico, lo schema statico in cui, al posto dell'incastro A, si disegnano le reazioni vincolari a cui si assegna un verso a piacere da verificare successivamente.

La struttura è in equilibrio se è soddisfatta l'equazione cardinale della statica:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_P = 0 \end{cases}$$

Si assuma il sistema di riferimento disegnato accanto allo schema statico in base al quale si considerano positive le forze dirette verso l'alto, le forze dirette verso destra, i momenti antiorari e si proceda con il calcolo:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow RA_x = 0 \text{ (non esiste reazione vincolare orizzontale)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow RA_y - 300 - 200 - 250 = 0 \Rightarrow RA_y - 750 = 0 \Rightarrow RA_y = 750N$$

A questo punto si calcola il momento di tutte le forze presenti nella struttura, rispetto al polo A facendo attenzione al verso:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -(300 \times 0,75) - (200 \times 1,75) - (250 \times 2,25) + M_A = 0 \Rightarrow$$

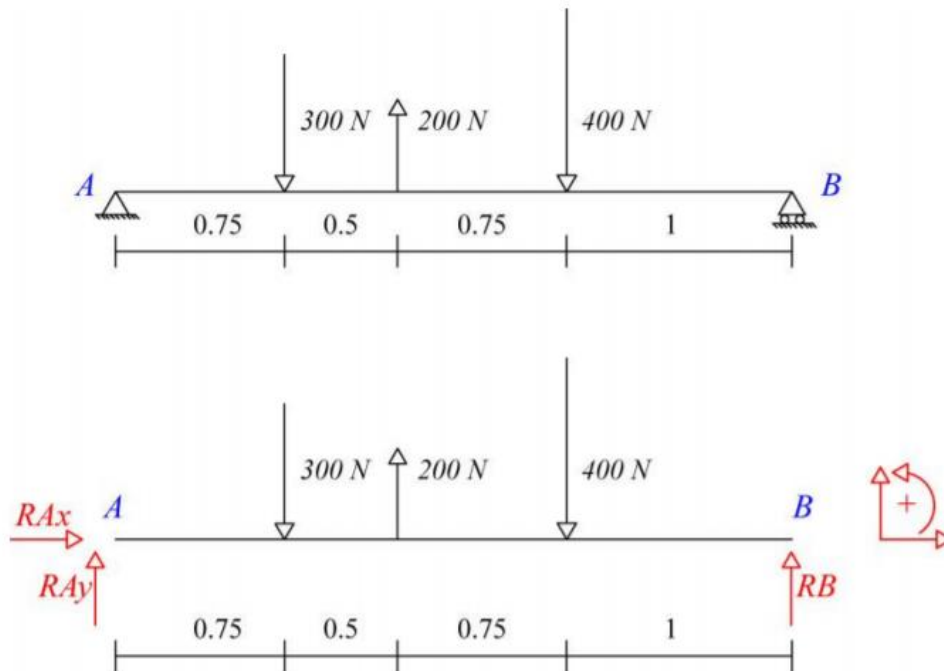
(è da notare che  $RA_x$  e  $RA_y$  non producono momento rispetto al polo A in quanto forze passanti per il punto stesso)

$$M_A - 225 - 350 - 562,5 = 0 \Rightarrow M_A = 1137,5 Nm$$

Le reazioni vincolari calcolate sono tutte caratterizzate da segno positivo per cui, il segno arbitrariamente scelto, è corretto.

## VINCOLI E REAZIONI VINCOLARI – ESERCIZI SVOLTI

## Esercizio 2



Calcolare le reazioni vincolari della struttura isostatica riportata in figura.

Si assuma il sistema di riferimento disegnato accanto allo schema statico in base al quale si considerano positive le forze dirette verso l'alto, le forze dirette verso destra, i momenti antiorari. Inoltre, nello schema statico, assegniamo arbitrariamente il verso alle reazioni vincolari  $RA_x$ ,  $RA_y$  e  $RB$ . Se i valori delle reazioni vincolari risulteranno positivi, il verso scelto arbitrariamente sarà quello giusto, se invece, dal calcolo una o più reazioni vincolari dovessero risultare negative, nello schema statico occorrerà disegnarle con verso opposto.

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_p = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$$

$RA_x = 0$  (non esiste reazione vincolare orizzontale)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$RA_y - 300 + 200 - 400 + RB = 0 \Rightarrow RA_y + RB - 500 = 0 \Rightarrow RA_y + RB = 500N$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow$$

$$-(300 \times 0,75) + (200 \times 1,25) - (400 \times 2) + 3RB = 0 \Rightarrow$$

$$-225 + 250 - 800 + 3RB = 0 \Rightarrow$$

$$3RB = 775 \Rightarrow RB = 775/3 \approx 258,3 N$$

Dall'equazione  $RA_y + RB = 500N$  si ricava il valore di  $RA_y$ :

$$RA_y = 500 - 258,3 = 241,7 N$$