

2. ESERCIZIO

(divisione di un triangolo con dividenti uscenti da un punto noto)

Un podere di forma triangolare ABC, di cui si conoscono i seguenti elementi:

$$AB = 68,36 \text{ m}$$

$$BC = 71,12 \text{ m}$$

$$CA = 50,44 \text{ m}$$

Deve essere diviso in 3 parti di area S_1 , S_2 e S_3 , rispettivamente proporzionali ai tre coefficienti:

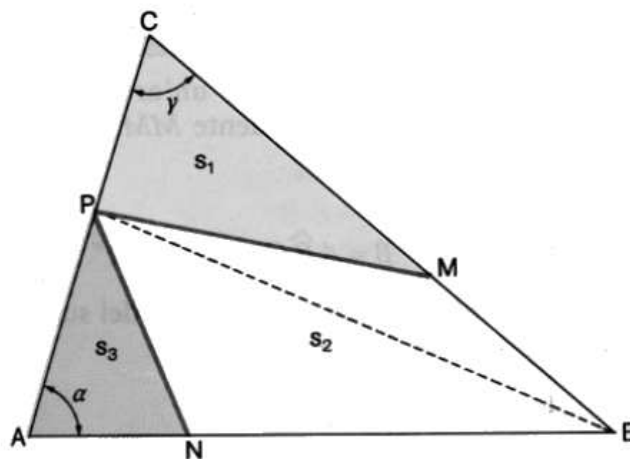
$$n_1 = 1,5$$

$$n_2 = 3,5$$

$$n_3 = 1$$

mediante due dividenti PM e PN uscenti dal punto P, posto sul lato CA a distanza PC = 21,18 m dal vertice C determinare la posizione dei punti M e N dei due confini sui rimanenti due lati del triangolo, supponendo che le tre aree parziali da definire si succedano nell'ordine indicato partire dal vertice C.

Disegno:



Soluzione:

Con il teorema di Carnot è possibile calcolarsi quanto valgono α e γ ; otteniamo:

$$\alpha = 71^\circ,7637$$

$$\gamma = 65^\circ,8940$$

Calcolo della superficie totale attraverso la formula di Erone:

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} \quad (\text{Erone})$$

$$S = \sqrt{94,96 \cdot 26,61 \cdot 23,84 \cdot 44,52} = 1\,637,66 \text{ m}^2$$

Determinazione delle aree parziali:

$$N = n_1 + n_2 + n_3 = 1,5 + 3,5 + 1 = 6$$

$$s_1 = \frac{1,5}{6} \cdot 1\,637,66 = 409,42 \text{ m}^2$$

$$s_2 = \frac{3,5}{6} \cdot 1\,637,66 = 955,30 \text{ m}^2$$

$$s_3 = \frac{1}{6} \cdot 1\,637,66 = 272,94 \text{ m}^2$$

$$\hline 1\,637,66 \text{ m}^2$$

Determinazione della posizione del punto M:

$$S_{PCB} = \frac{1}{2} PC \cdot BC \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} \cdot 21,18 \cdot 71,12 \cdot \sin 65^\circ,8940 = 687,48 \text{ m}^2$$

$$s_1 < S_{PCB} \quad (\text{quindi } M \text{ si trova su } BC)$$

$$MC = \frac{BC}{S_{PCB}}, \quad s_1 = \frac{71,12}{687,48} \cdot 409,42 = 42,35 \text{ m}$$

$$MC = \frac{2s_1}{PC \cdot \sin \gamma} = \frac{2 \cdot 409,42}{21,18 \cdot \sin 65^\circ,8940} = 42,35 \text{ m} \quad (\text{per verifica})$$

Determinazione della posizione del punto N:

$$s_1 + s_2 = 409,42 + 955,30 = 1\,364,72 \text{ m}^2$$

$$s_1 + s_2 > S_{PCB} \quad (\text{quindi } N \text{ si trova su } AB)$$

$$S_{APB} = S - S_{PCB} = 1\,637,66 - 687,48 = 950,18 \text{ m}^2$$

$$AP = CA - PC = 50,44 - 21,18 = 29,26 \text{ m}$$

$$AN = \frac{AB}{S_{APB}}, \quad s_3 = \frac{68,36}{950,18} \cdot 272,94 = 19,64 \text{ m}$$

$$AN = \frac{2s_3}{AP \cdot \sin \alpha} = \frac{2 \cdot 272,94}{29,26 \cdot \sin 71^\circ,7637} = 19,64 \text{ m} \quad (\text{per verifica})$$