

Le proiezioni Quotate

Per una rappresentazione grafica del terreno completa, cioè planoaltimetrica, in una determinata scala di rappresentazione, è necessario usare la **teoria delle proiezioni quotate**, che fa parte della Geometria descrittiva, la quale configura i terreni mediante:

- piani quotati;
- piani a linee di livello.





La superficie del terreno, in genere irregolare e multiforme, non è però certamente l'elemento più semplice per introdurre utilmente questa teoria, perciò cominceremo col descriverla considerando il **punto, la retta e il piano.**

Le proiezioni Quotate o dei piani quotati

È un metodo che consente di rappresentare su un unico piano, *Quadro*, gli elementi geometrici fondamentali, figure piane e corpi solidi, mediante l'ausilio della distanza dal piano di quadro stesso.

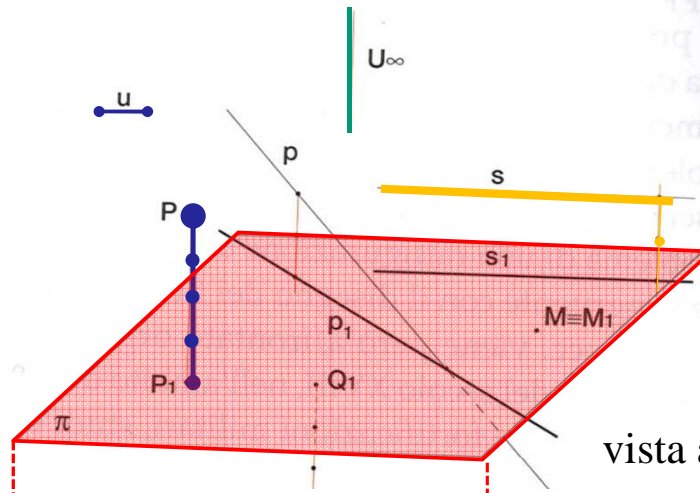
È un metodo **grafico-numerico**

Gli elementi fondamentali sono:

- un *quadro* π orizzontale  Foglio di disegno
- il centro di proiezione improprio \perp a π  Proiezione cilindrica
- un'orientazione positiva \uparrow e negativa \downarrow  Perpendicolare al quadro
- un'unità di misura u assegnata  Valida in direzione e segno

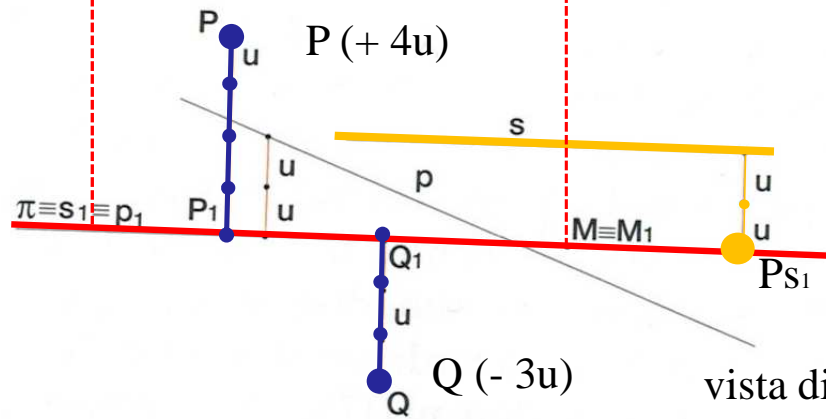
a)

a)



vista assonometrica

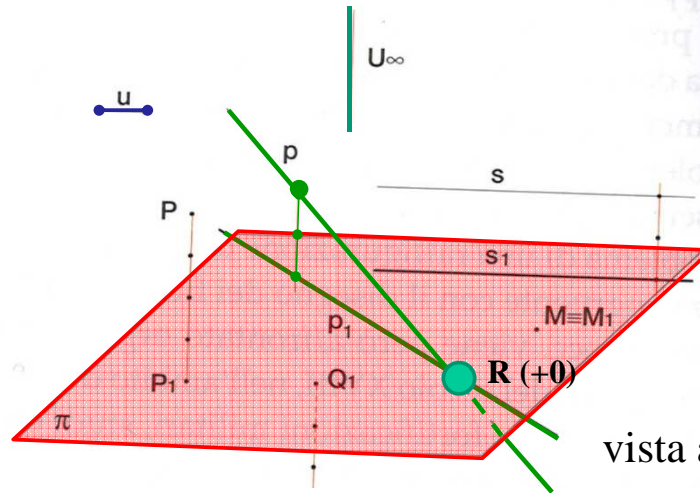
b)



vista di profilo

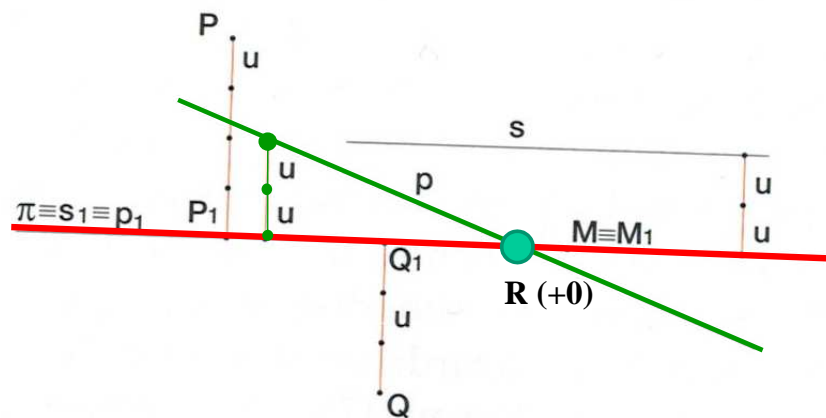
a)

a)



vista assonometrica

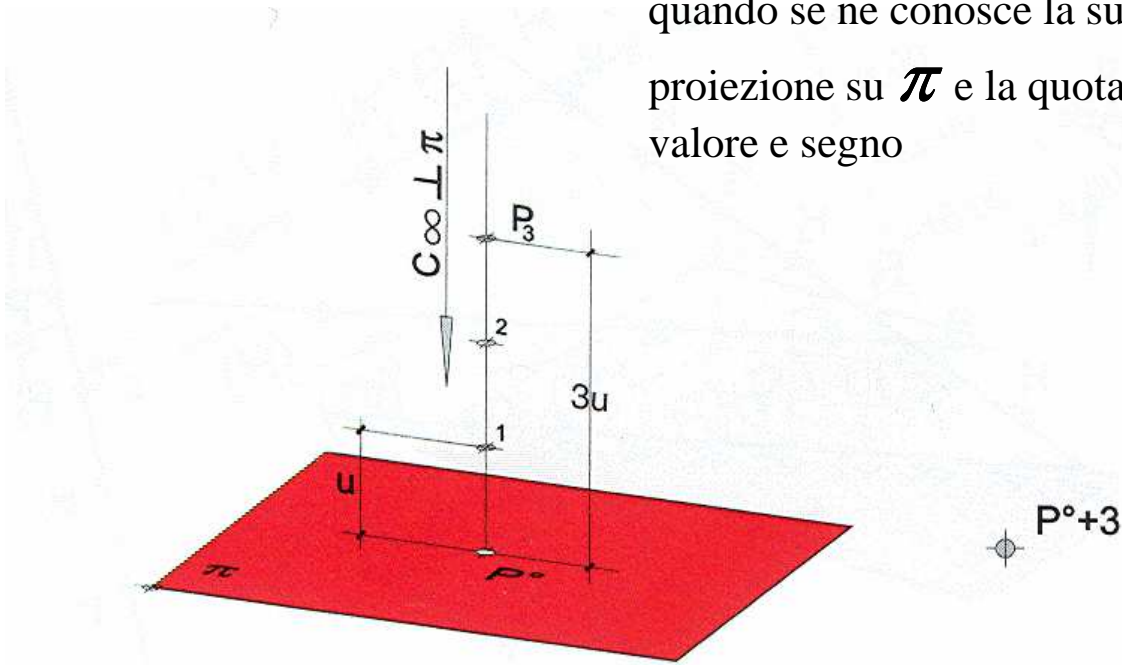
b)



Si definisce *Quota* di un punto q la distanza che intercorre tra il punto stesso e il piano di quadro

Rappresentazione del punto

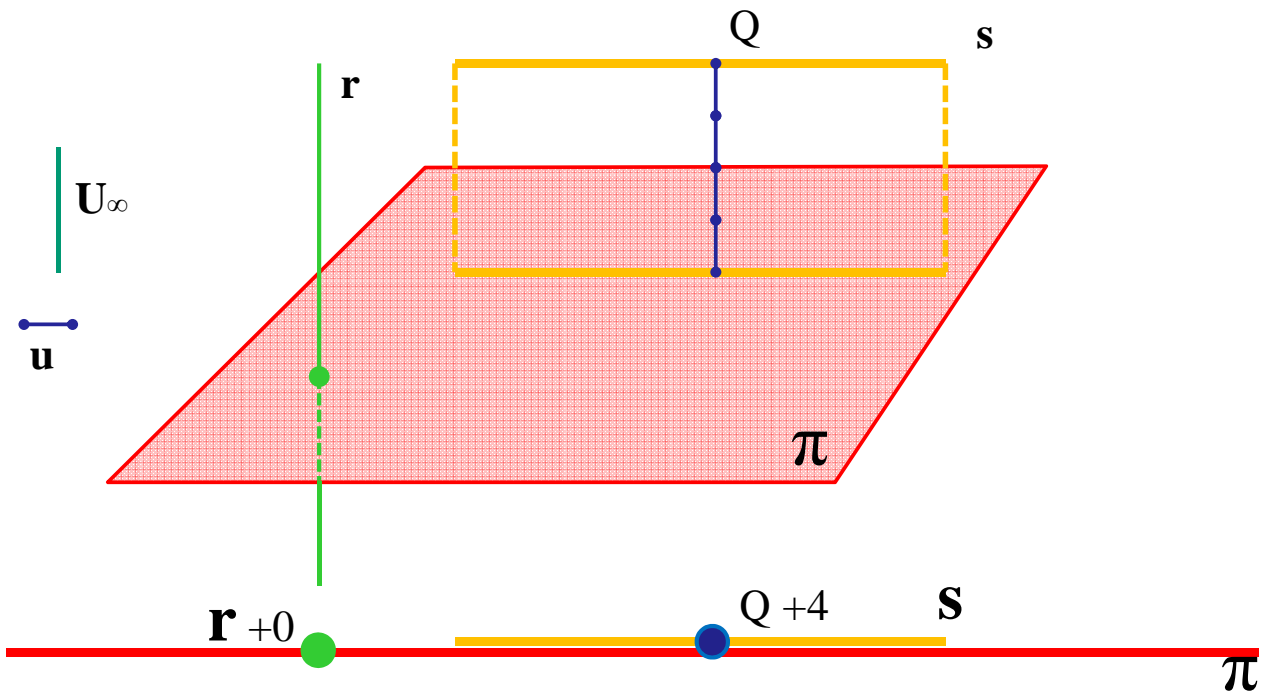
Un punto proprio è individuato quando se ne conosce la sua proiezione su π e la quota in valore e segno



Rappresentazione della retta

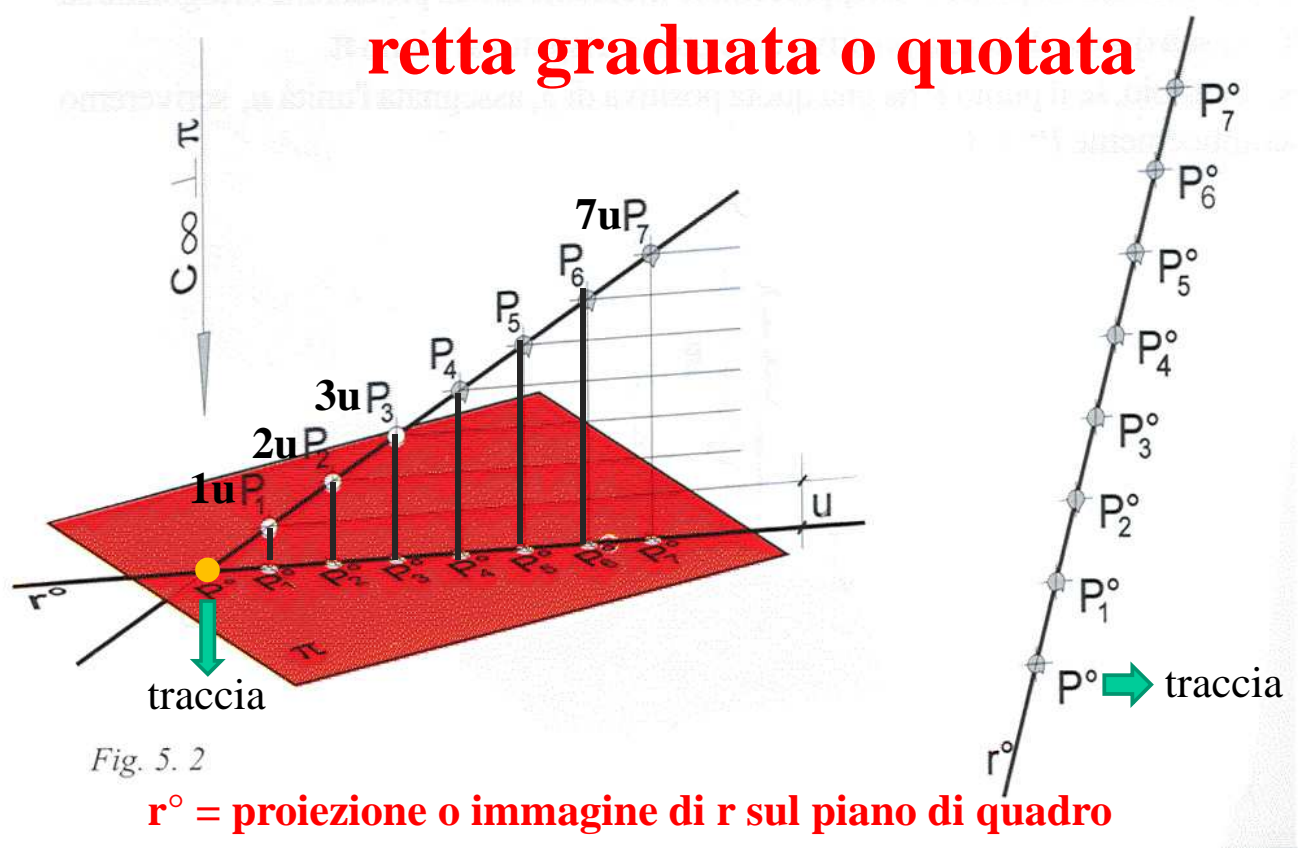
Rispetto al piano di Quadro una retta

$r \perp \pi$ ortogonale $r \parallel \pi$ parallela $r \perp \pi$ generica

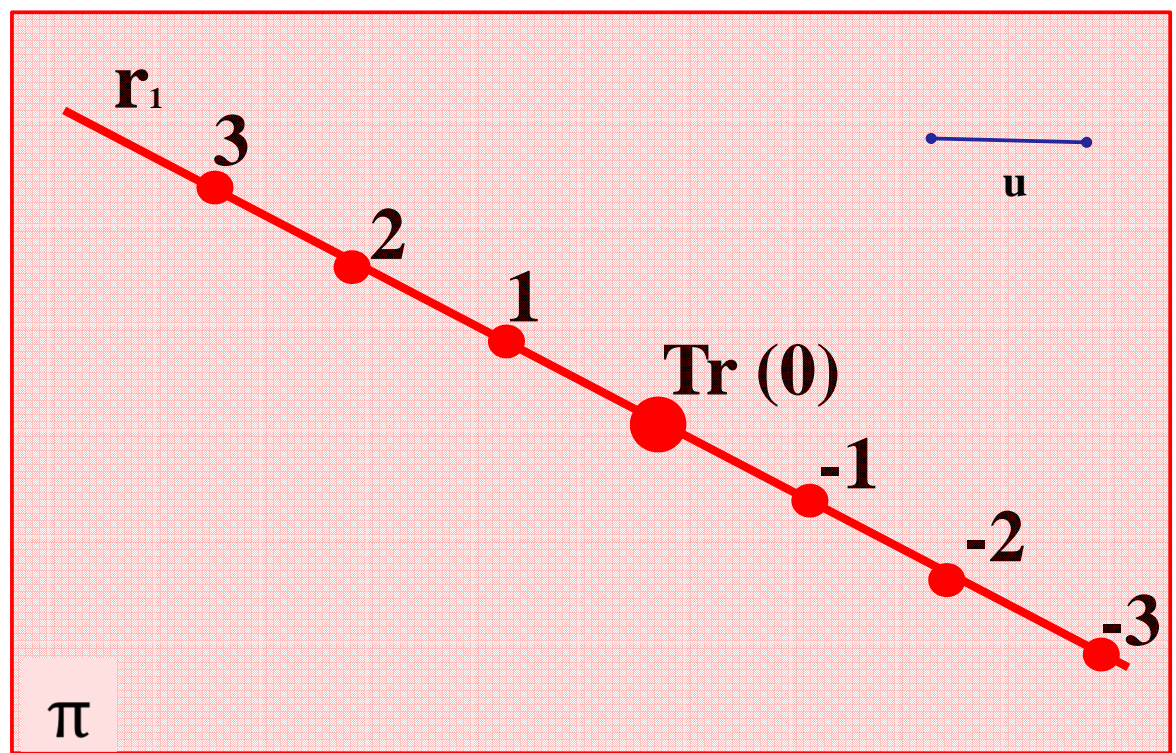


Rappresentazione della retta

retta graduata o quotata



retta graduata o quotata



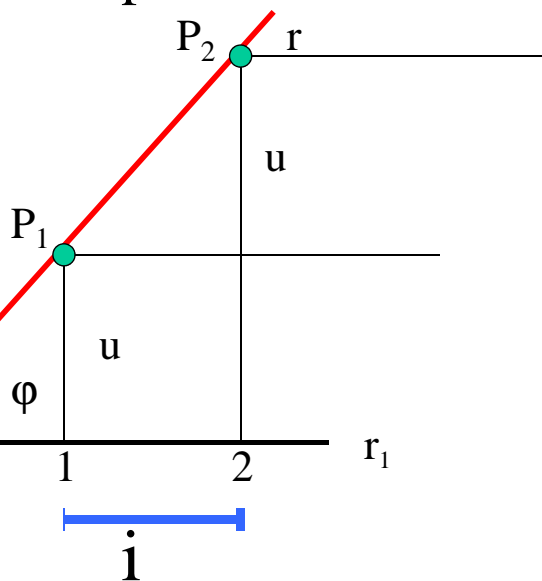
La retta generica

i = intervallo o modulo

segmento compreso tra le immagini di due punti che sulla retta oggettiva hanno l'unità u per differenza

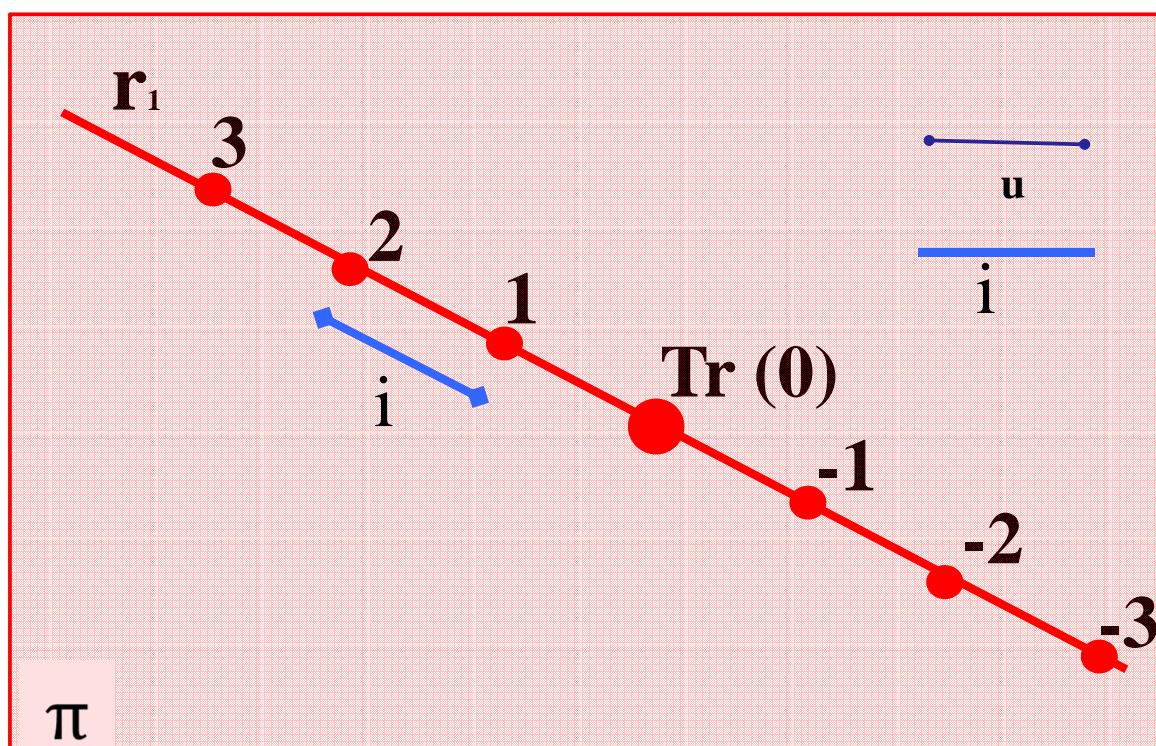
φ = inclinazione della retta rispetto al piano di quadro

p = pendenza della retta o la tangente trigonometrica dell'angolo φ

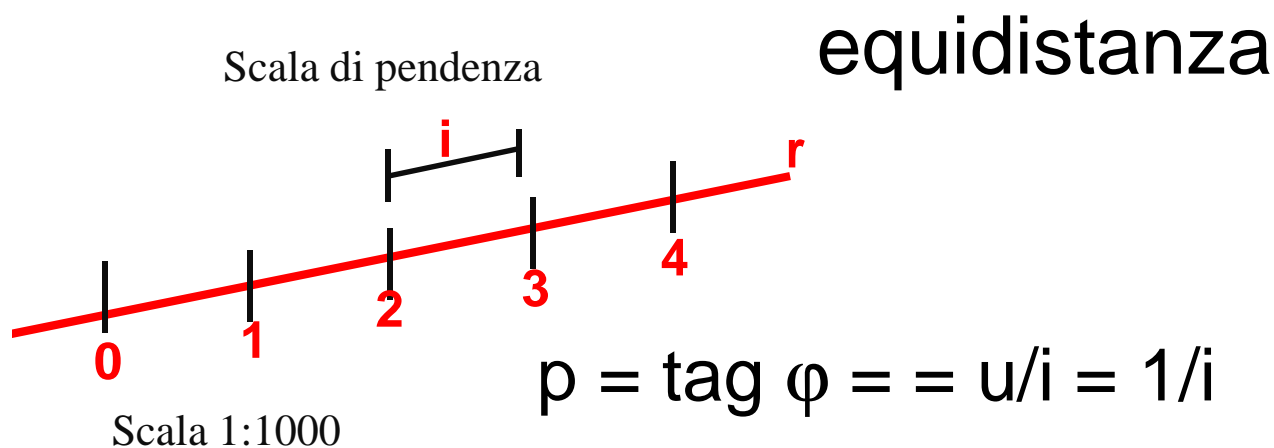


$$p = \text{tag } \varphi = u/i = 1/i$$

retta graduata o quotata



Es: una retta rappresentata nella scala 1/1000
con una graduazione avente l'intervallo grafico $i = 2\text{cm} = 0,02\text{m}$
ed equidistanza $e = 1\text{m}$, ha la pendenza:



$$p = 1/i$$

$$p = \frac{1}{0,02 * 1000} = 0,05 = 5\%$$

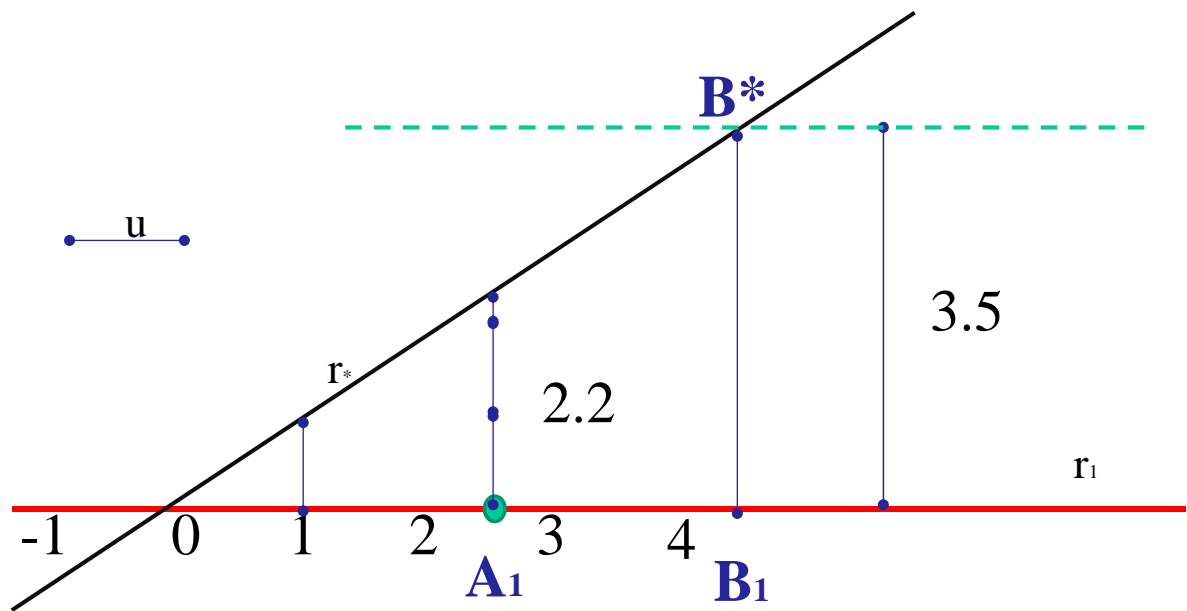
Dicesi *equidistanza* la minima differenza di livello che intercorre tra punti posti a quote differenti

ovvero la distanza altimetrica di due curve successive.

In cartografia tale valore è espresso in metri ed è **pari a un millesimo del denominatore della scala del disegno.**

Es. se la scala è 1/1.000 la distanza altimetrica tra due curve di livello successive è 1m.

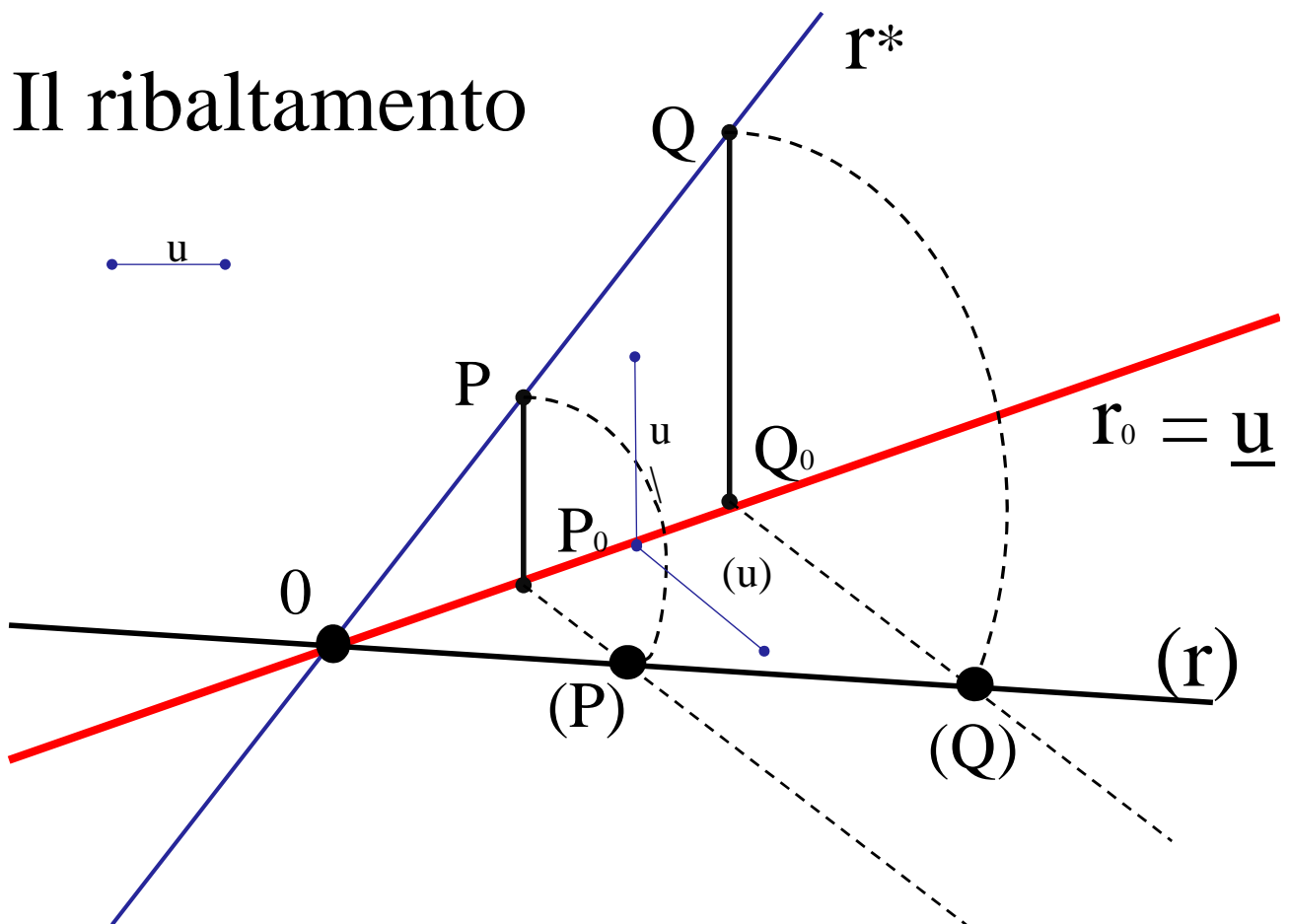




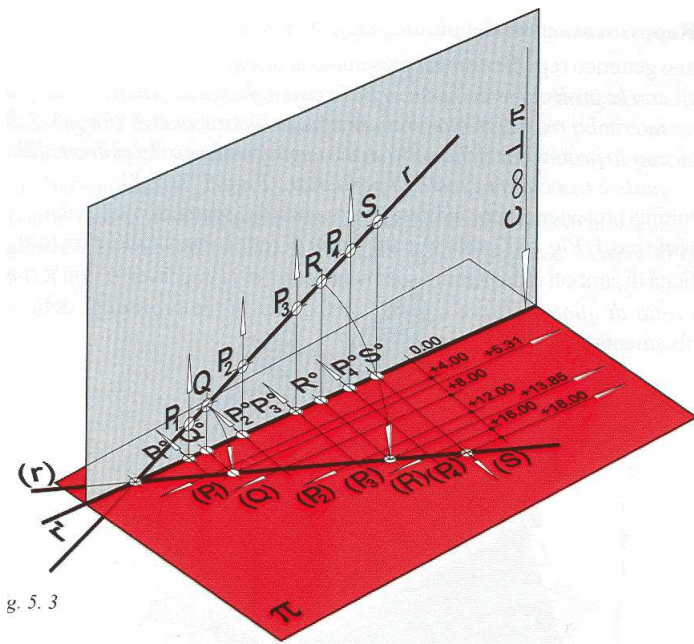
Individuare la quota di A_1

Data una quota, individuare il punto corrispondente sulla retta quotata

Il ribaltamento



La retta generica e il ribaltamento



g. 5.3

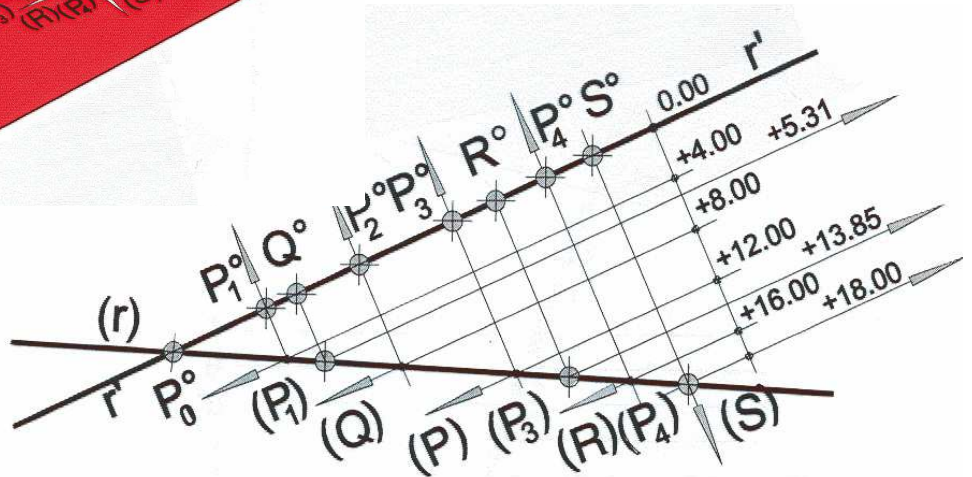


Fig. 5.4

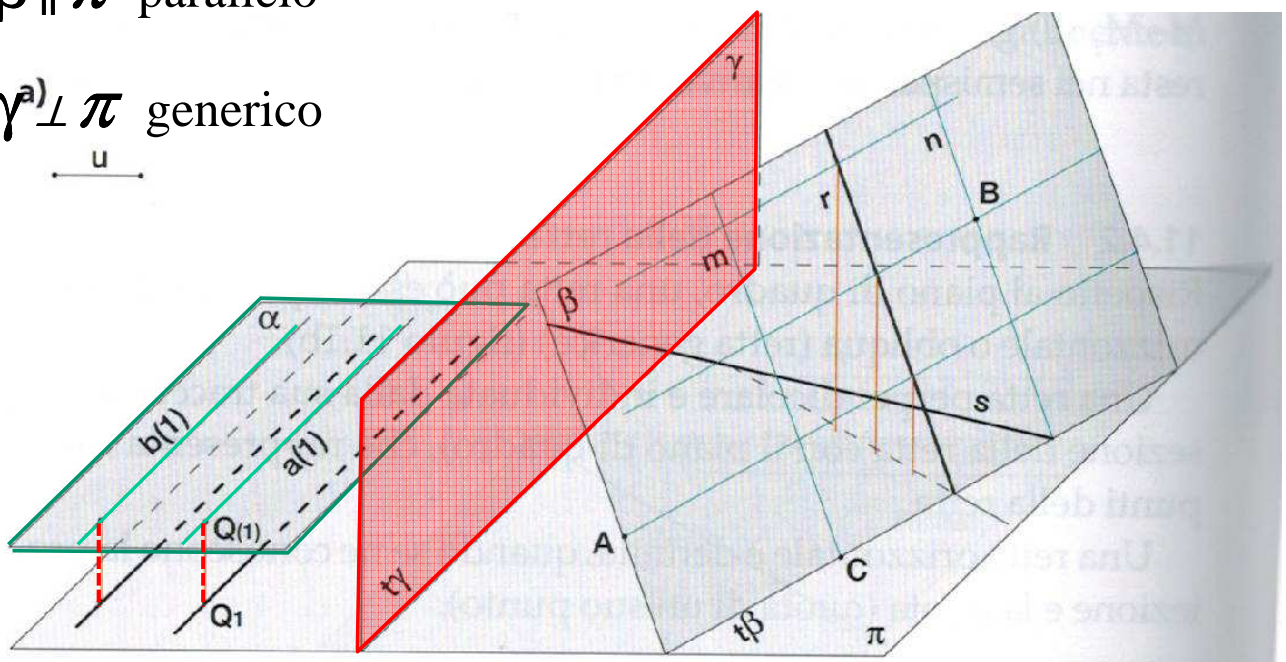
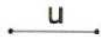
Rispetto al piano di Quadro un piano

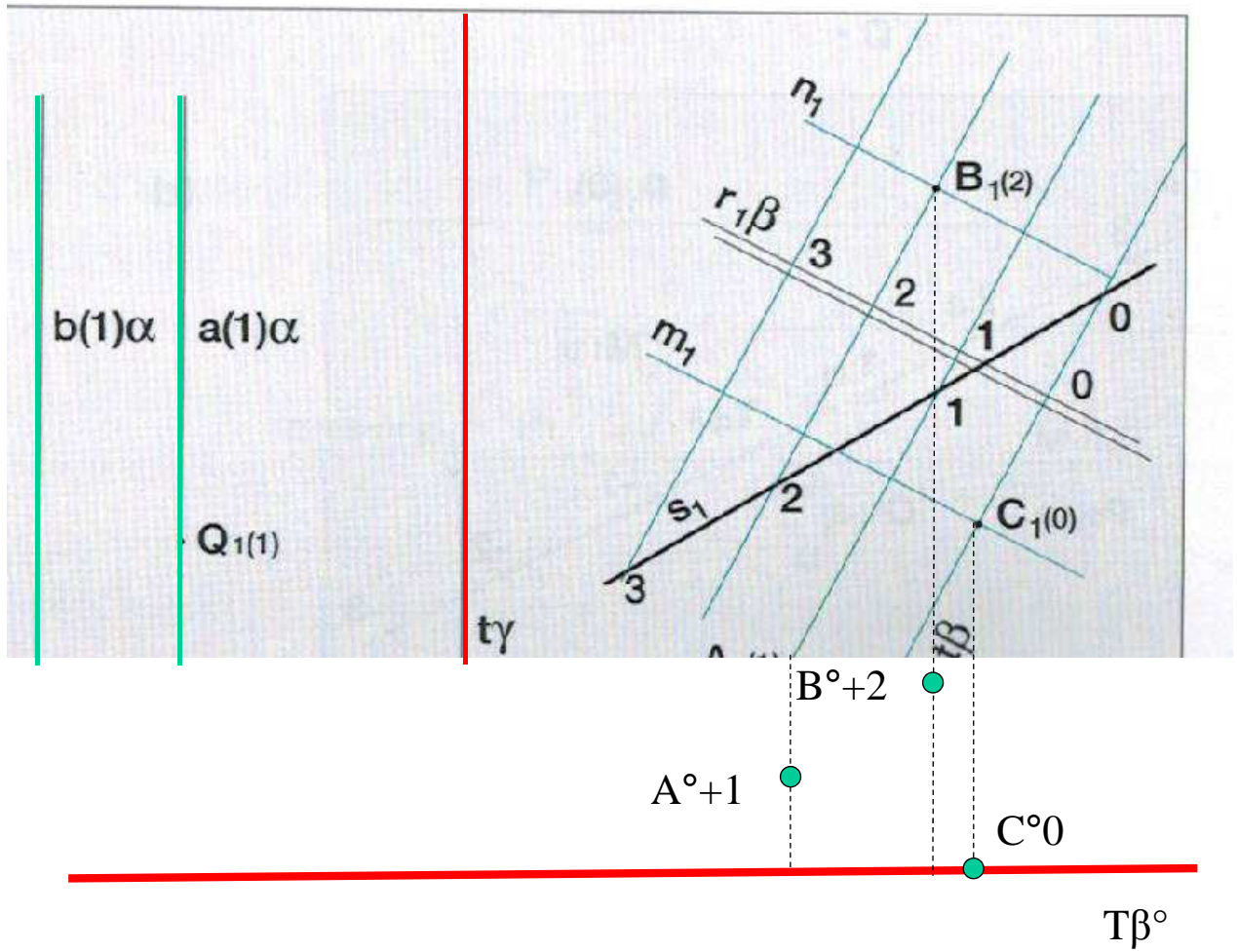
Il piano

$\alpha \perp \pi$ ortogonale

$\beta \parallel \pi$ parallelo

$\gamma^a) \perp \pi$ generico





Un *piano generico* può essere individuato:

- con tre suoi punti non allineati
- con la proiezione delle sue rette orizzontali scelte tra quelle a quota intera
- con la proiezione della retta di massima pendenza del piano e la scala di pendenza

Il piano

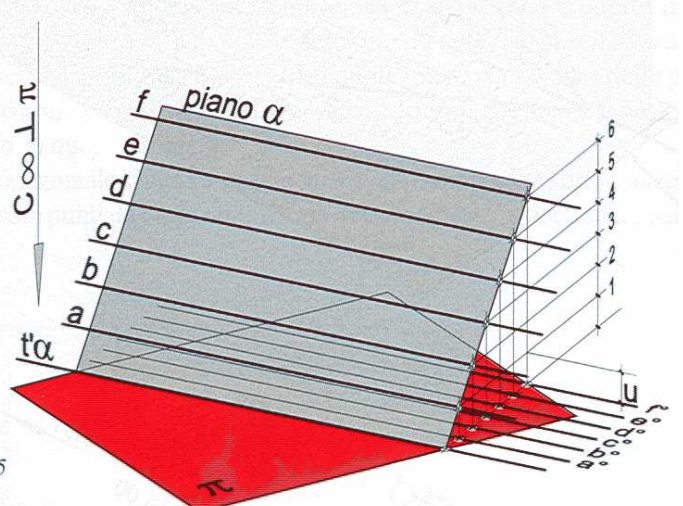


Fig. 5. 5

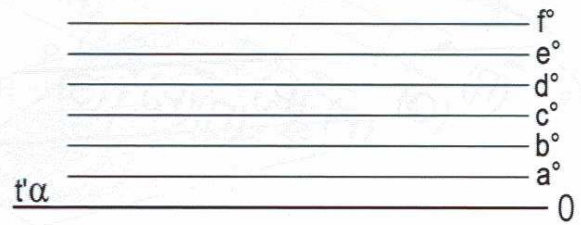


Fig. 5. 6

Il piano generico e la retta di max pendenza, p

La retta di massima pendenza di un piano inclinato è la retta del piano la cui pendenza è massima, e rappresenta la traiettoria che segue una biglia lasciata libera di cadere lungo il piano inclinato.

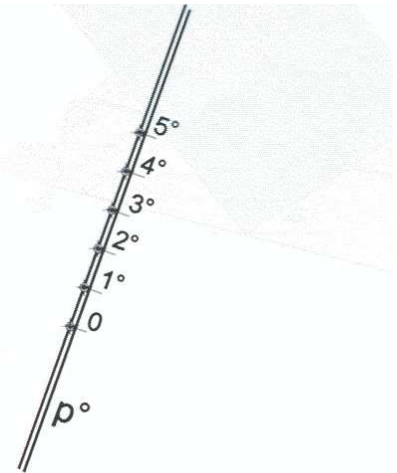
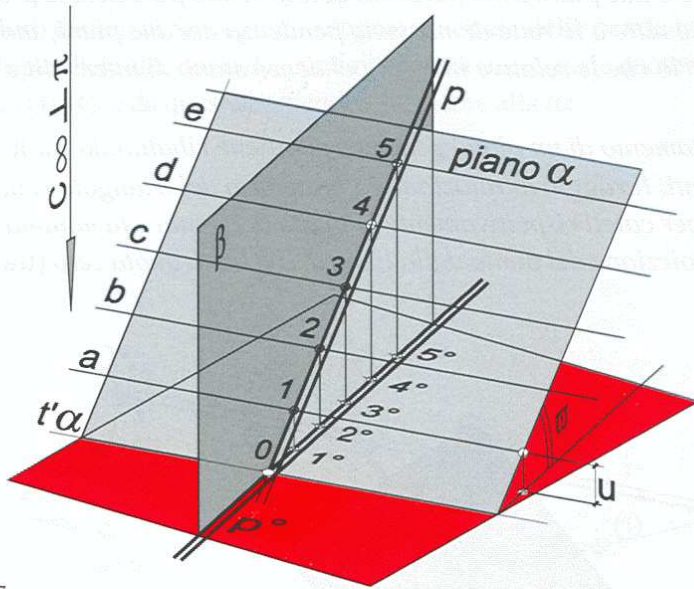
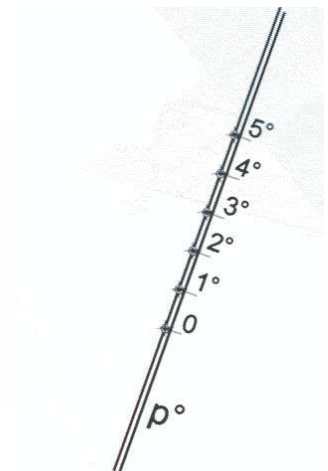
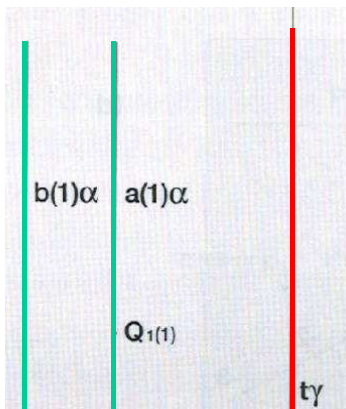


Fig. 5.7

Rappresentazione di un piano in proiezioni quotate



$B^\circ+2$ ●

$A^\circ+1$ ●

$C^\circ 0$ ●



Rappresentazione di una retta in proiezioni quotate

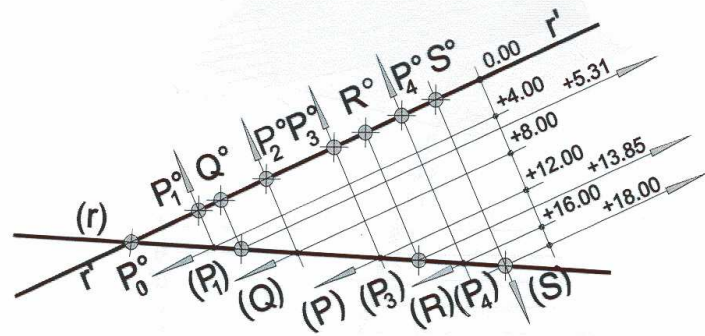
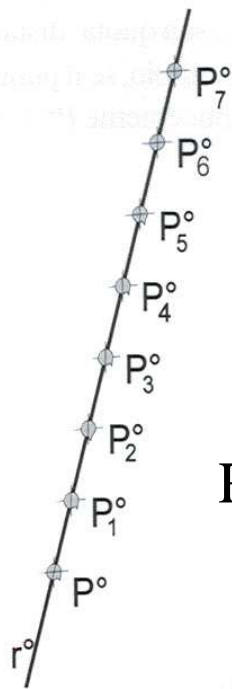
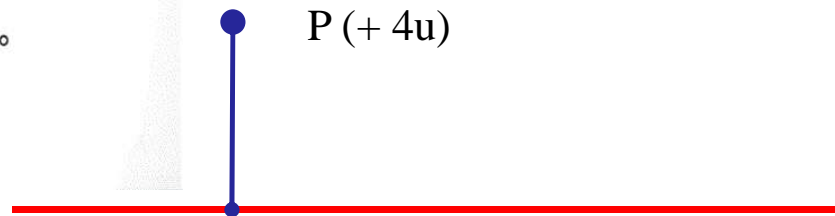
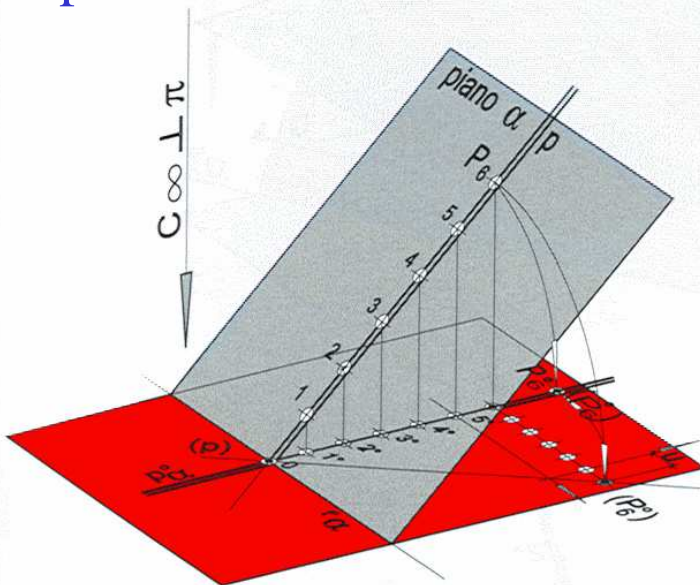


Fig. 5.4

Rappresentazione di un punto



Il piano e il ribaltamento



Il raggio di rotazione è l'ipotenusa del triangolo rettangolo che ha per cateti rispettivamente la quota del punto e la minima distanza del punto dalla linea di livello di quota zero (traccia del piano)

Il ribaltamento di un piano generico si ottiene ribaltando su π uno dei suoi punti

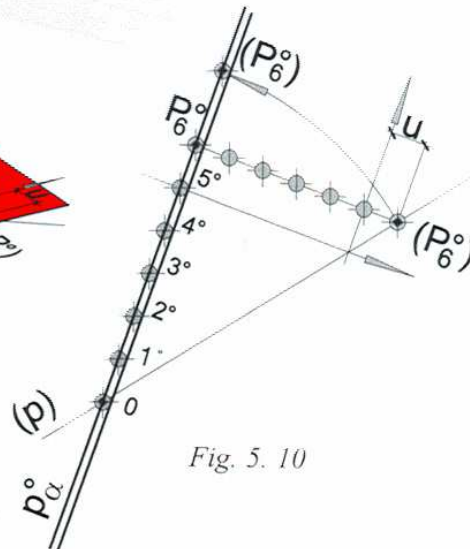
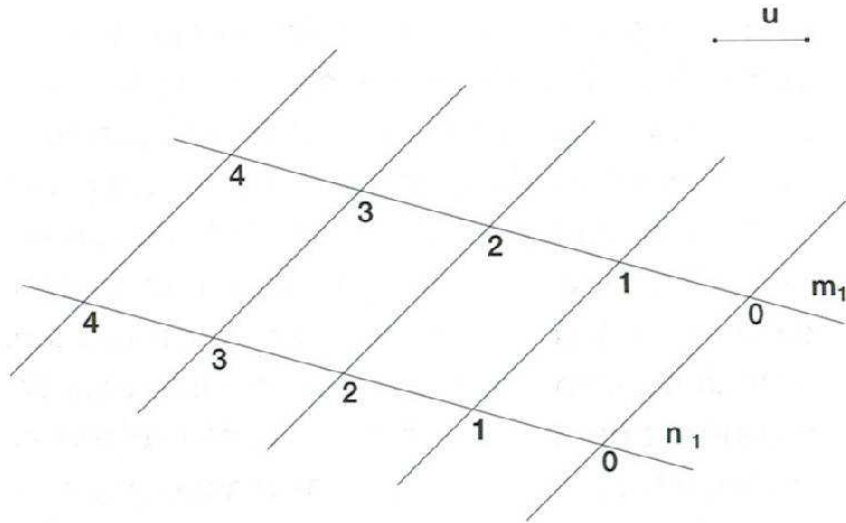


Fig. 5.10

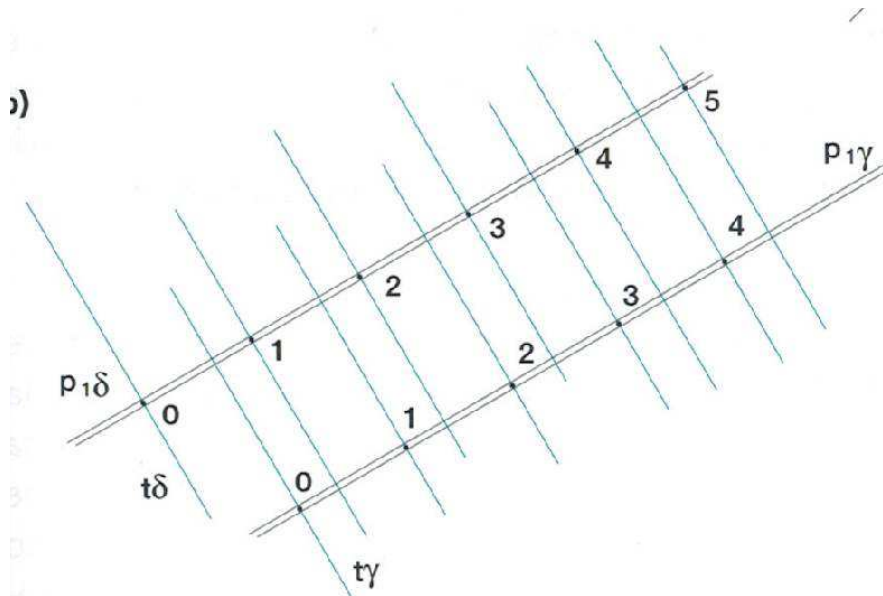
Condizioni di parallelismo

Due rette sono parallele se hanno stessa pendenza e immagini parallele, ovvero se risultano tali le loro proiezioni e se risultano parallele le congiungenti punti di ugual quota delle loro graduazioni, cioè se hanno intervalli uguali e sono di verso concorde



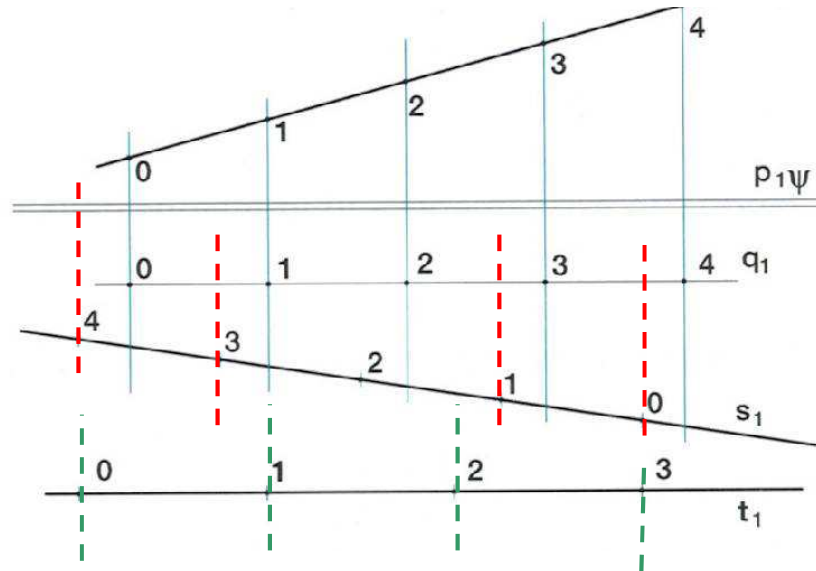
Condizioni di parallelismo

Due piani sono paralleli se hanno la stessa pendenza, cioè intervalli uguali e concordi, e se le scale di pendenza sono parallele tra loro o anche se hanno stessa pendenza e risultano parallele le rispettive rette di livello.



Condizioni di parallelismo

Una retta è parallela ad un piano se, mandati per i punti di graduazione della retta stessa le normali alla scala di pendio del piano dato, queste tagliano, sopra una parallela alla scala di pendio del piano, una scala uguale e concorde a essa, in modo che questa possa interpretarsi come scala di pendio di un piano parallelo a quello dato.



Condizioni di ortogonalità^{a)}

Una retta r è ortogonale ad un piano quando l'immagine r_1 è parallela all'immagine di una retta di massimo pendio del piano. I due intervalli della retta e del piano sono numeri reciproci e le scale di pendio procedono in senso contrario

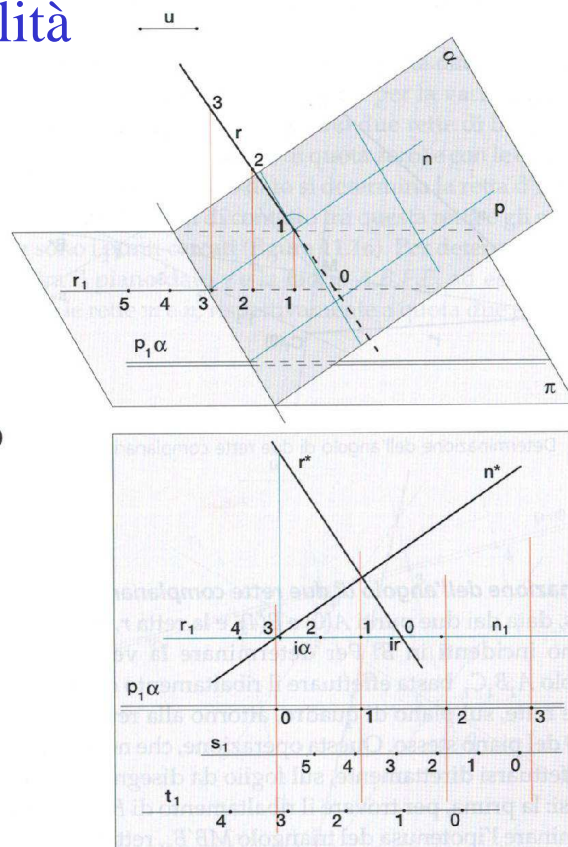
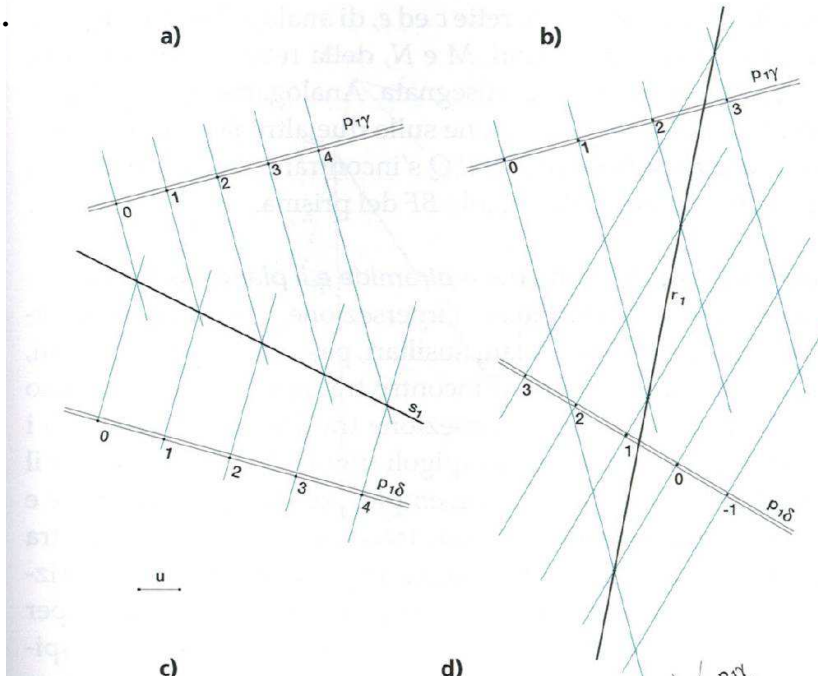


Fig. 11.11a, b Condizioni di ortogonalità: a) vista assonometrica della retta r perpendicolare al piano α ; b) proiezione quotata con il ribaltamento della retta r e della retta n di massima pendenza del piano

Retta intersezione di due piani

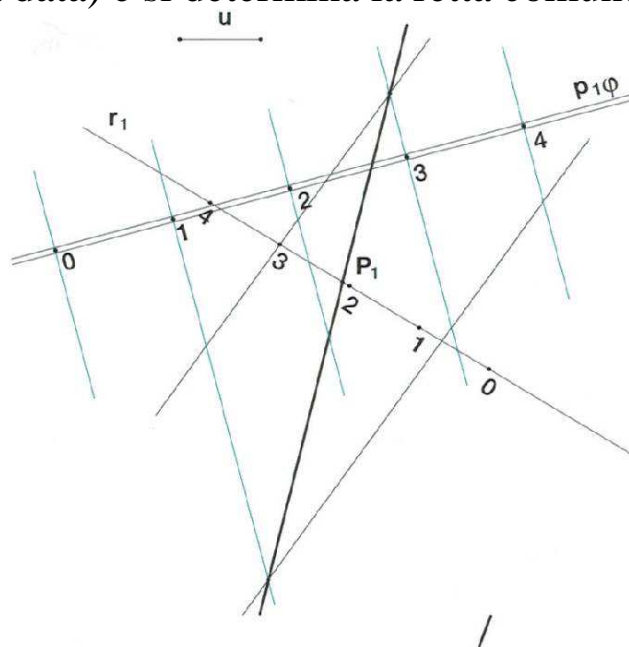
Dati due piani γ e δ mediante le loro rette di massimo pendio, la retta intersezione, dovendo appartenere ad entrambi i piani, è determinata dai punti di intersezione di almeno due rette di livello aventi medesima quota.



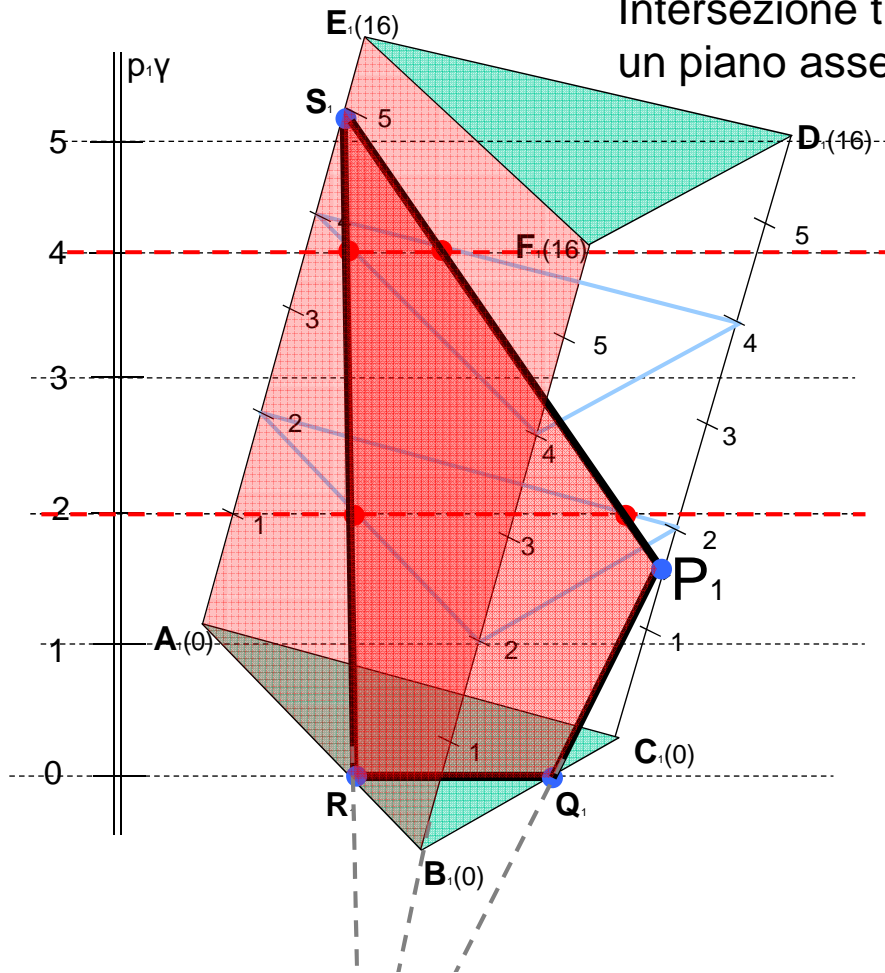
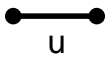
Intersezione di una retta con un piano

Data una retta r e un piano ϕ e l'unità di misura u ,

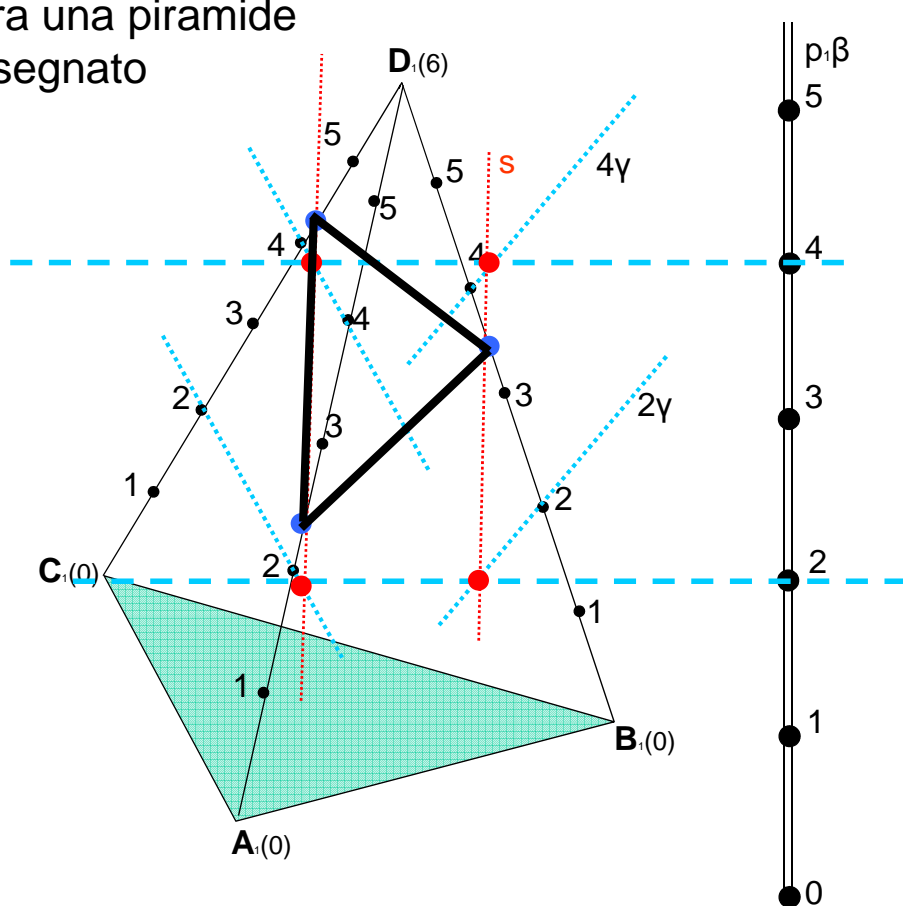
Per determinare la loro intersezione, si fa passare un piano ausiliario per la retta (sono sufficienti due rette orizzontali per due punti a quota intera della retta data) e si determina la retta comune ai due piani.



Intersezione tra un prisma e un piano assegnato



Intersezione tra una piramide e un piano assegnato



Nomenclatura dei tetti

Falda : porzione di superficie piana che, combinata con un'altra, forma quell'insieme di diedri chiamati copertura

Linea di colmo : l'intersezione tra due falde. Può essere:

linea di displuvio = quando la concavità è rivolta verso il basso;

linea di compluvio = quando la concavità è rivolta verso l'alto

Linee di gronda : le rette che delimitano lateralmente le falde

Nomenclatura dei tetti

Tetto ad una falda : quando è formato da una sola falda

Tetto “a capanna” : quando è formato da due falde

Tetto “a padiglione”: quando è formato da tante falde quanti sono i lati del poligono di base

Tetto a gronda costante: se le linee di gronda appartengono tutte ad un piano orizzontale

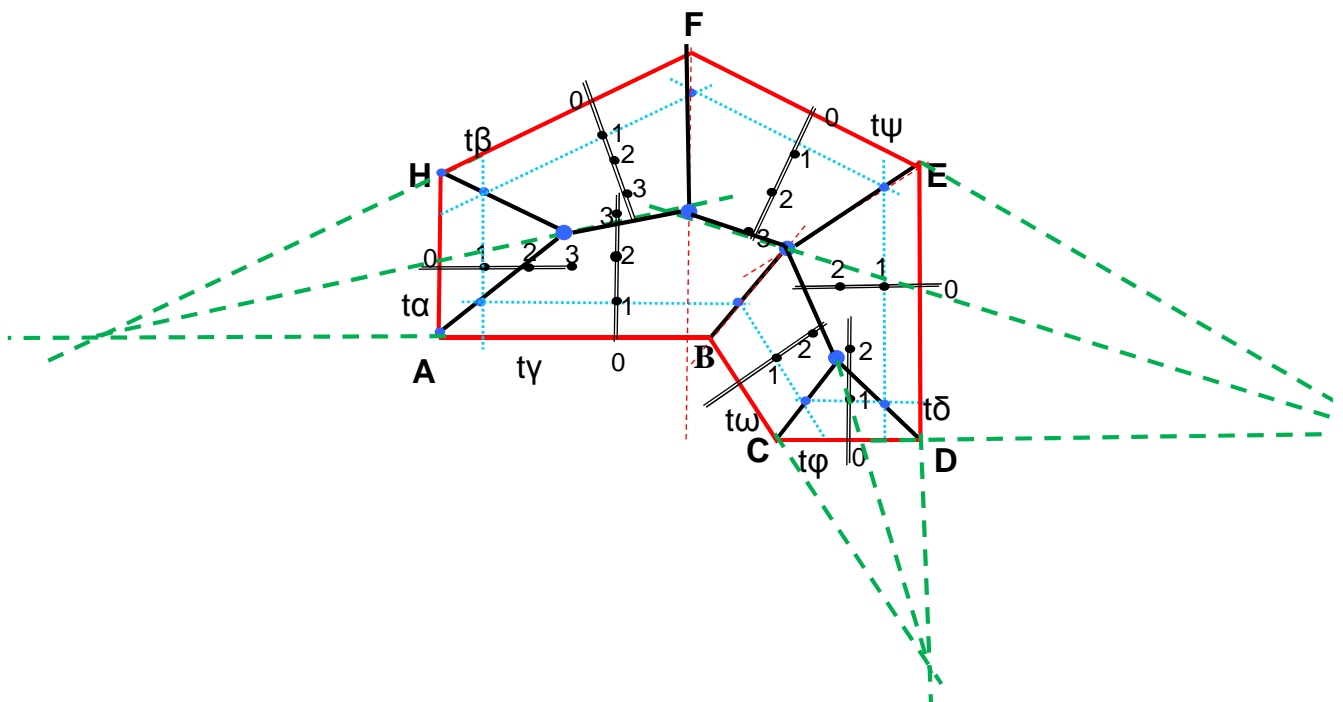
Il colmo: piano di gronda

Nel caso in cui il poligono di base è irregolare la linea di gronda è un segmento o una spezzata inclinata

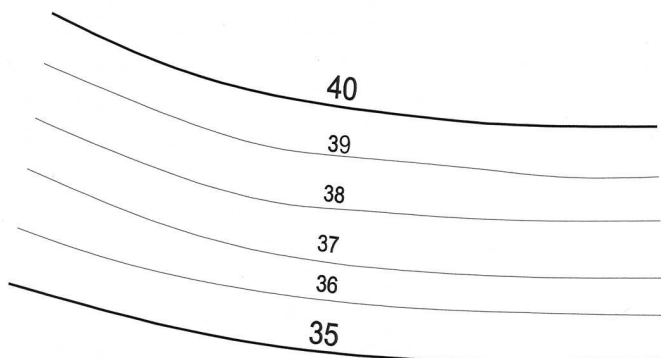
Se la linea di colmo è orizzontale e le linee di gronda sono inclinate il tetto si dice a colmo costante

Se la linea di colmo e le linee di gronda sono inclinate il tetto si dice a linee inclinate

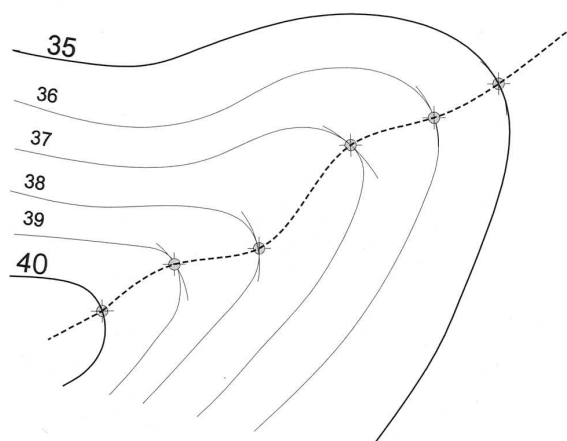
Determinazione delle falde, aventi uguale pendenza, di una copertura con linea di gronda a quota unica



Alcune definizioni

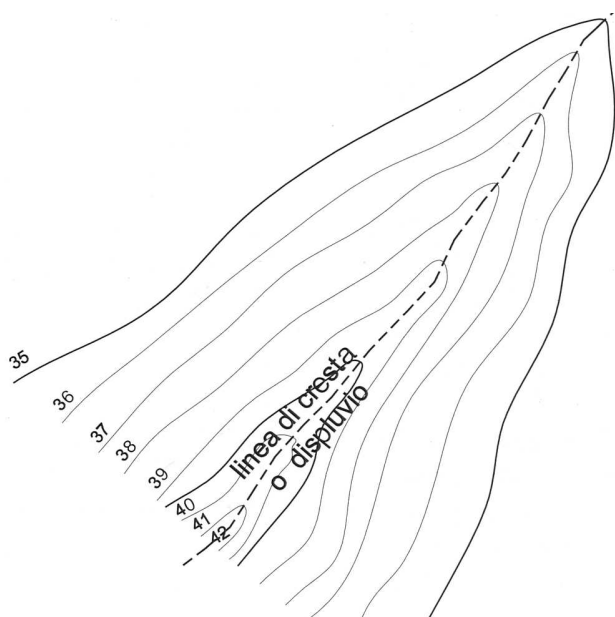


Se le curve di livello si presentano con distanze quasi costanti e parallele il terreno ha un andamento con pendenza costante ed uniforme assimilabile quasi ad un *piano inclinato*



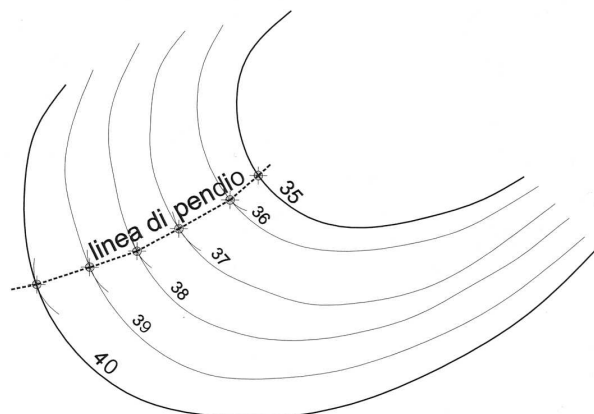
Quando le curve di livello presentano una convessità larga e costante siamo in presenza di un *costone*

Alcune definizioni



Una convessità stretta ed acuta e costante denuncia la presenza di una *cresta*

Una concavità larga ampia e costante denuncia la presenza di una *valle*



Alcune definizioni

Una concavità stretta ed acuta e costante evidenzia una *gola*

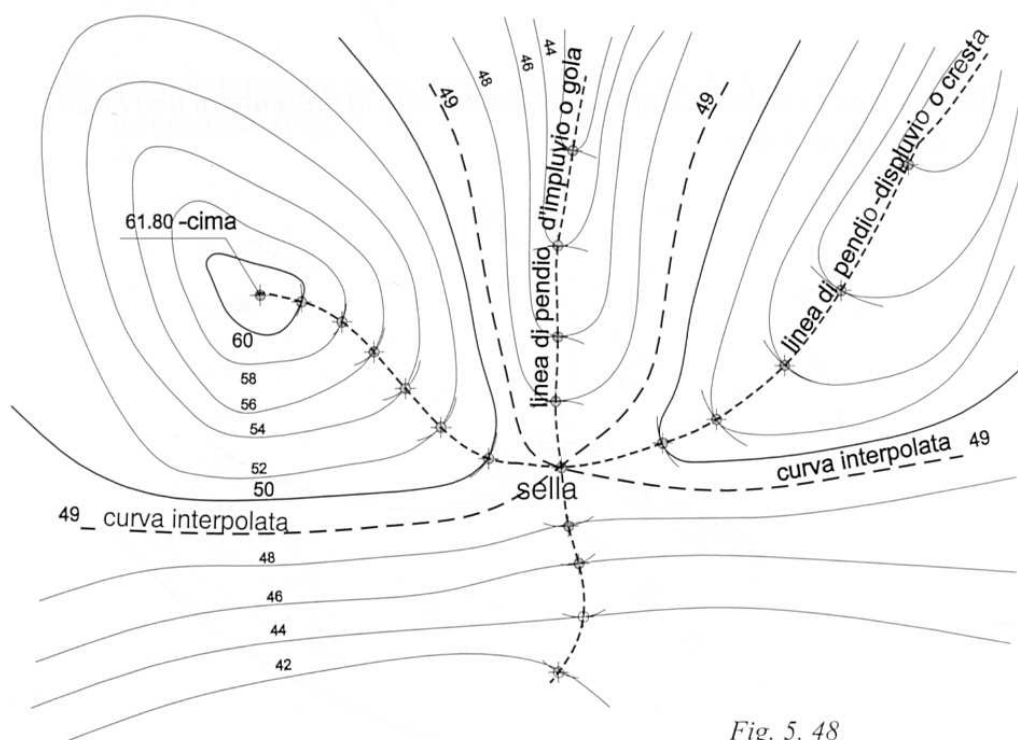
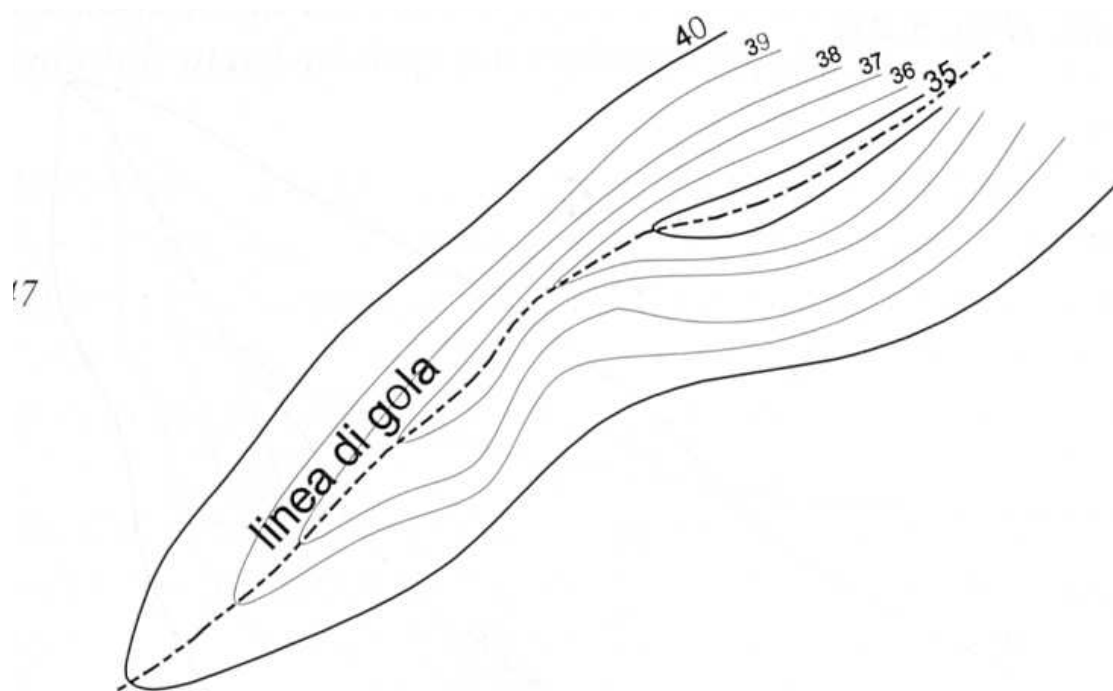


Fig. 5. 48

Da un punto di *sella* escono sempre due rette di max pendenza fra loro ortogonali; il punto di sella rappresenta il punto di minima per una e di massima quota per l'altra.

Da una *vetta* o *cima* escono infinite rette di max pendenza

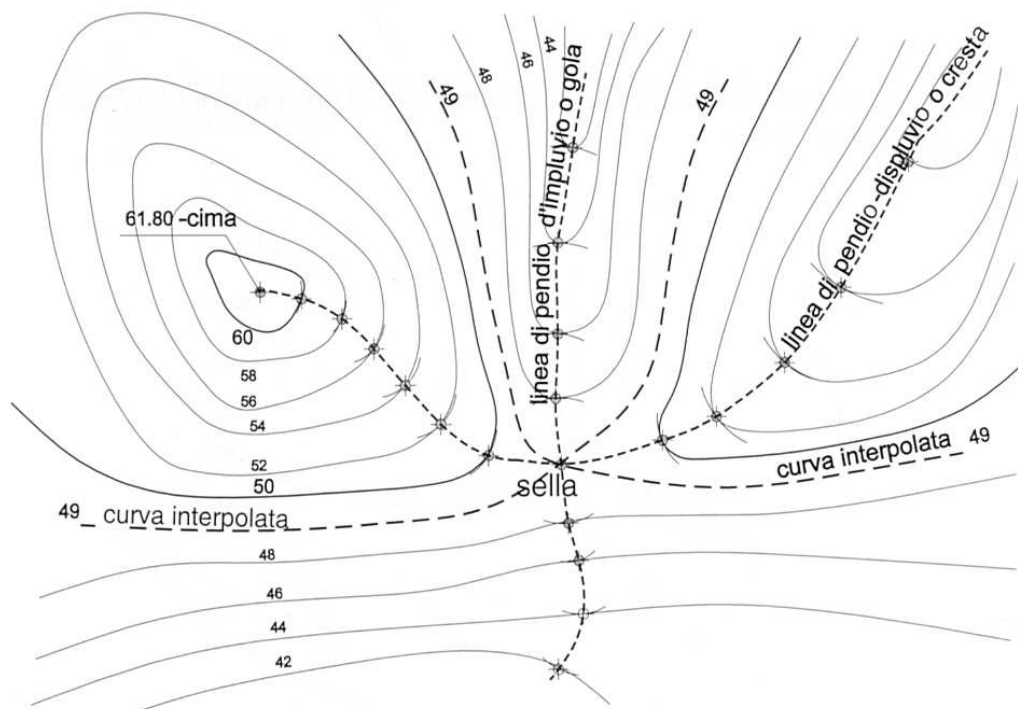
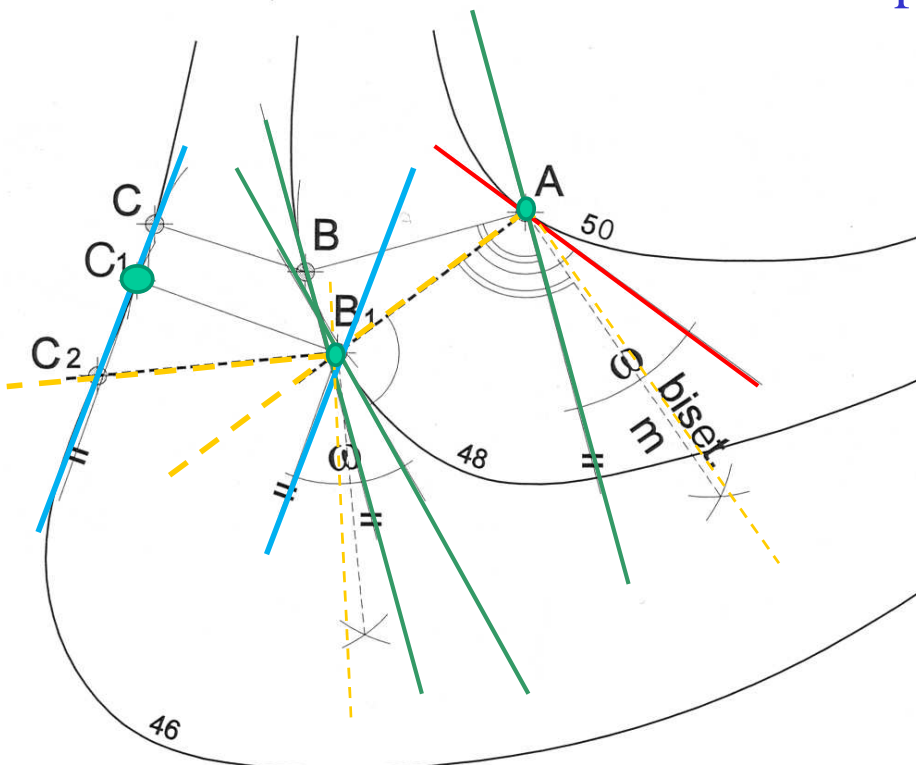


Fig. 5. 48

Ancora: linee di max pendenza che raccordano ortogonalmente punti di curve di livello **concavi** rappresentano linee di *compluvio*;

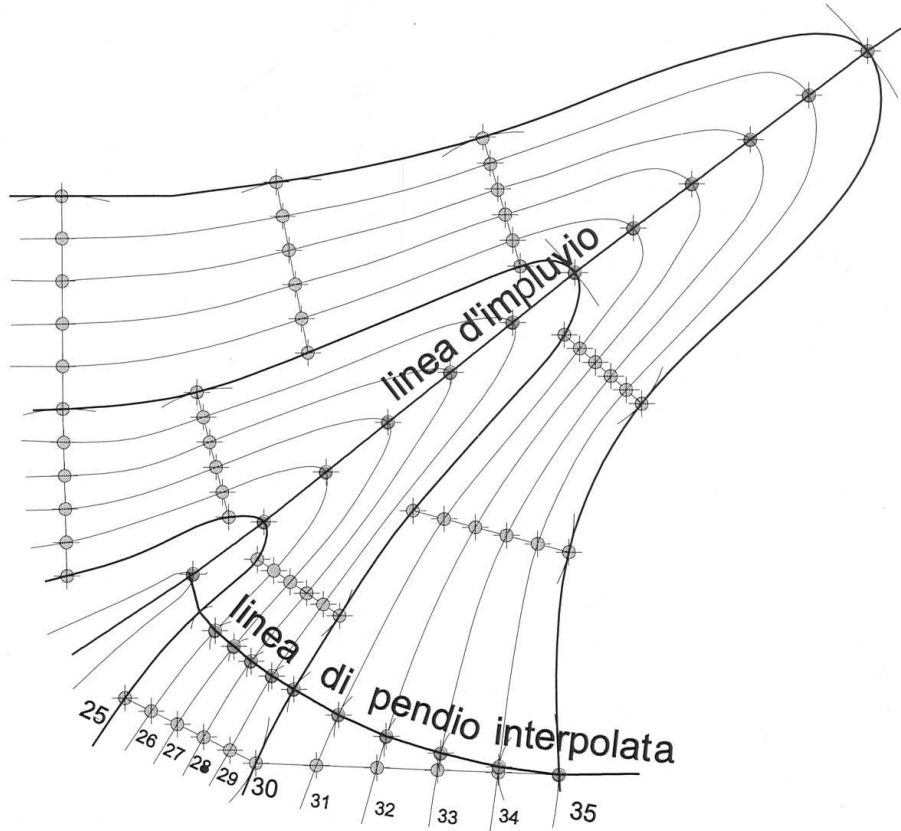
linee che raccordano sempre ortogonalmente punti convessi sono linee di *displuvio*

Problemi fondamentali: linea di max pendenza



Per un punto generico di una superficie topografica esce **una ed una sola retta di max pendenza**

Problemi fondamentali: interpolazione tra curve di livello



Problemi fondamentali: sezioni e profili

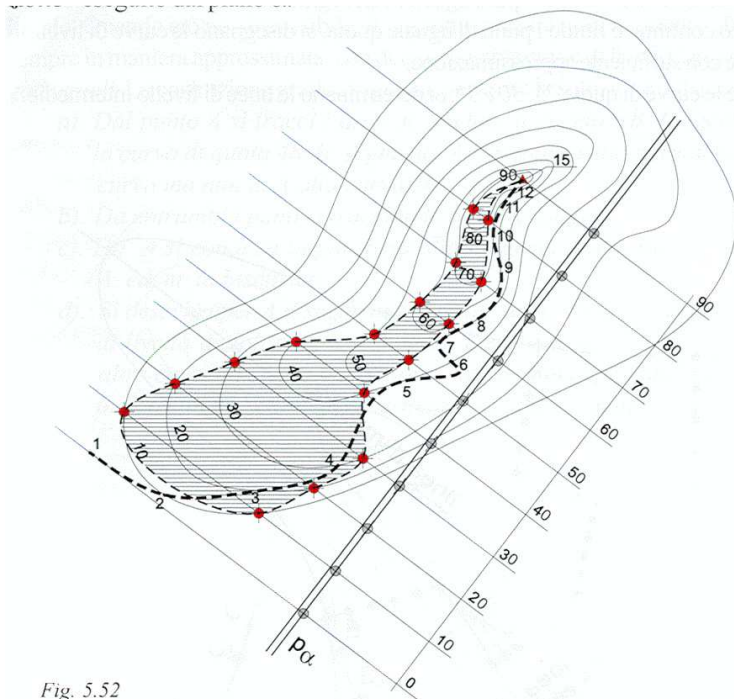
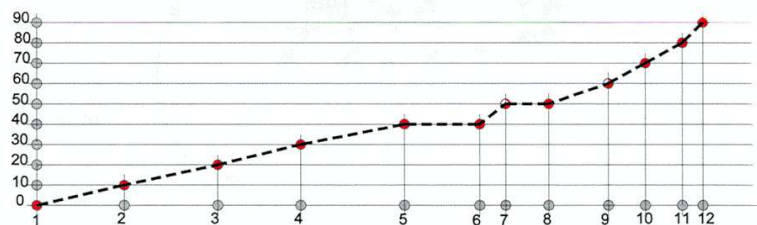
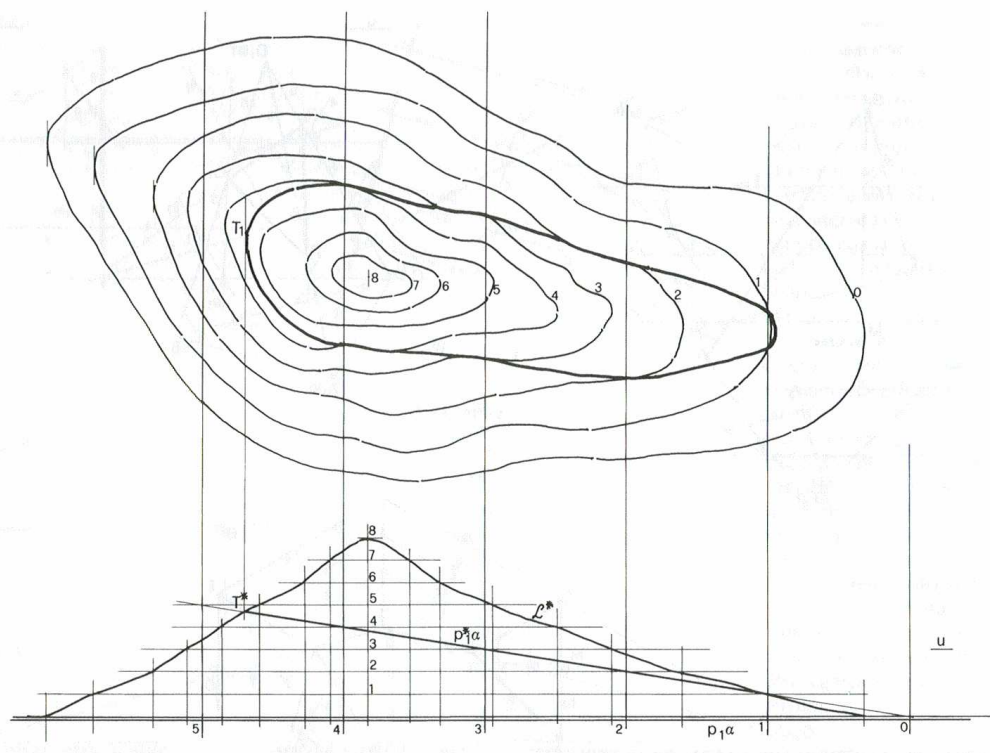


Fig. 5.52



Intersezione di un piano e una superficie topografica data mediante le sue curve di livello



Problemi fondamentali: rappresentazione dell'ambiente

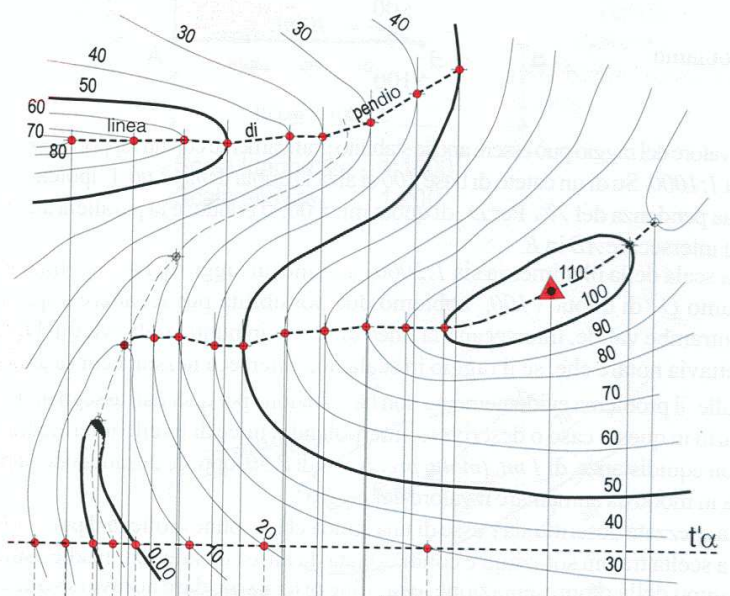


Fig. 5.55

