

Problema di Hansen: Esercizio pilota (svolto)

Problema

Per determinare la posizione plano-altimetrica del punto P , sono stati individuati due punti A e B con le seguenti coordinate note:

$$XA = +1995,70\text{m} \quad YA = +5550,85\text{ m}$$

$$XB = +6710,30\text{ m} \quad YB = +6350,74\text{ m}$$

Facendo stazione con un teodolite centesimale destrorso prima in P poi sul punto ausiliario Q , si sono misurati i seguenti angoli orizzontali:

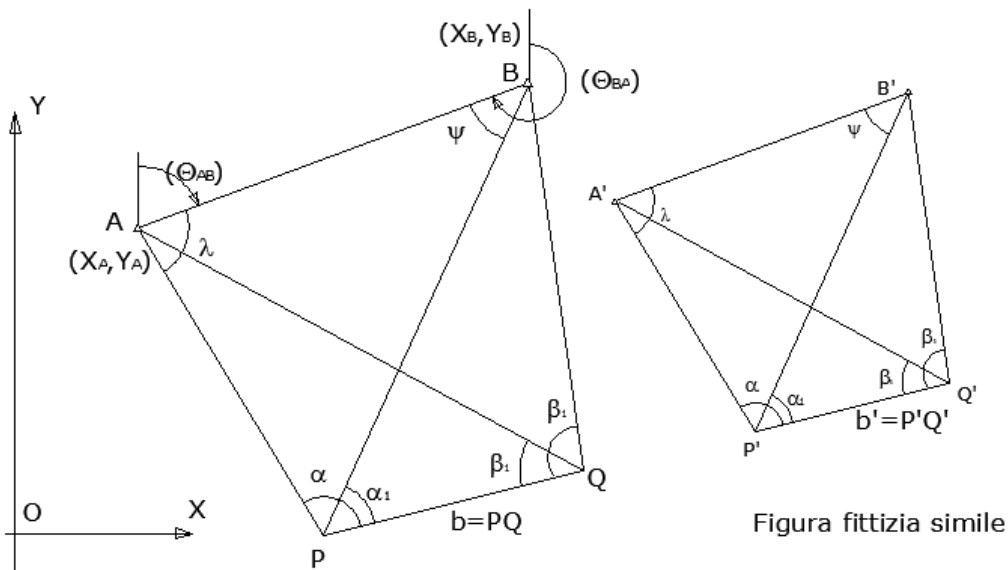
$$APQ = \alpha = 121^{\text{g}},3800 \quad BPQ = \alpha_1 = 54^{\text{g}},7240$$

$$PQA = \beta = 45^{\text{g}},1740 \quad PQB = \beta_1 = 99^{\text{g}},7430$$

Da P , durante la collimazione di A con un'altezza strumentale di 1,48 m, si è anche misurato l'angolo zenitale $qJA = 101^{\text{c}},3455$ in corrispondenza della sommità di un segnale alto 2,50 m dal suolo. Determinare le **coordinate planimetriche** e la **quota** del punto P sapendo che quella di A è

$QA = 608,00\text{ m}$ e considerando $K = 0,13$ e $R = 6377\text{ km}$.

Schema geometrico relativo alla soluzione del problema di Hansen con il metodo della base fittizia. Esso si basa sulla formazione di una figura simile a quella assegnata partendo dalla base $b' = P'Q'$ arbitraria.



Problema di Hansen: Esercizio pilota (svolto)

Svolgimento

$$\theta_{AB} = (AB) = \operatorname{arctg} \left(\frac{6710,30 - 1995,70}{6350,74 - 5550,85} \right) = 89^{\circ},3008$$

$$\theta_{BA} = (BA) = 89^{\circ},3008 + 200^{\circ} = \mathbf{289^{\circ},3008}$$

$$AB = a = \frac{6710,30 - 1995,70}{\operatorname{sen} 89^{\circ},3008} = \mathbf{4781,97 \text{ m}}$$

Assumiamo una *figura fittizia* $A' P' Q' B'$ scegliendo arbitrariamente per la distanza $P' Q'$ il valore $b' = 120 \text{ m}$:

$$A'P' = \frac{120}{\operatorname{sen} (121^{\circ},3800 + 45^{\circ},1740)} \operatorname{sen} 45^{\circ},1740 = 155,888 \text{ m}$$

$$B'P' = \frac{120}{\operatorname{sen} (54^{\circ},7240 + 99^{\circ},7430)} \operatorname{sen} 99^{\circ},7430 = 182,983 \text{ m}$$

$$A' P' B' = 121^{\circ},3800 - 54^{\circ},7240 = 66^{\circ},6560$$

$$a' = \sqrt{(155,888^2 + 182,983^2 - 2 \cdot 155,888 \cdot 182,983 \cdot \cos 66^{\circ},6560)} = \mathbf{171,028 \text{ m}}$$

$$\lambda = \operatorname{arcsen} \left(\frac{182,983 \operatorname{sen} 66^{\circ},6560}{171,028} \right) = 75^{\circ},4344$$

$$\psi = \operatorname{arcsen} \left(\frac{155,888 \operatorname{sen} 66^{\circ},6560}{171,028} \right) = 57^{\circ},9097$$

$$a/a' = AB/A'B' = \mathbf{\underline{27,96015857}}$$

(rapporto di similitudine: ingrandimento se >1 ; riduzione se <1)

Problema di Hansen: Esercizio pilota (svolto)

$$AP = 155,888 \cdot 27,96015857 = \mathbf{4358,653} \text{ m}$$

$$BP = 182,983 \cdot 27,96015857 = 5116,234 \text{ m}$$

$$\theta_{AP} = (AP) = 89^{\circ},3008 + 75^{\circ},4344 = \mathbf{164^{\circ},7352}$$

$$\theta_{BP} = (BP) = 289^{\circ},3008 - 57^{\circ},9097 = 231^{\circ},3911$$

Le coordinate planimetriche del punto P:

$$X_p = +1995,70 + (4358,653 \cdot \sin 164^{\circ},7352) = + \mathbf{4288,52} \text{ m}$$

$$Y_p = +5550,85 + (4358,653 \cdot \cos 164^{\circ},7352) = + \mathbf{1843,99} \text{ m}$$

$$\Delta_{PA} = 1,48 + \frac{4358,653}{\operatorname{tg} 101^{\circ},3455} - 2,50 + (1-0,13) \cdot \frac{4358,653^2}{2 \cdot 6377000} = -91,858 \text{ m}$$

la quota del punto P:

$$Q_p = 608,00 - (-91,858) = \mathbf{699,858} \text{ m}$$